



TMMOB İNŞAAT MÜHENDİSLERİ ODASI
İSTANBUL ŞUBESİ



Bahar Dönemi Meslek İçi Eğitim Seminerleri



Crown Hall at IIT Campus
Chicago . Illinois
Ludwig Mies van der Rohe

Çelik Yapılarda Bilgisayar Destekli Stabilité Analizi

Mayıs 2013

Doç.Dr.Bülent AKBAŞ

*Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü
Deprem ve Yapı Mühendisliği Anabilim Dalı*

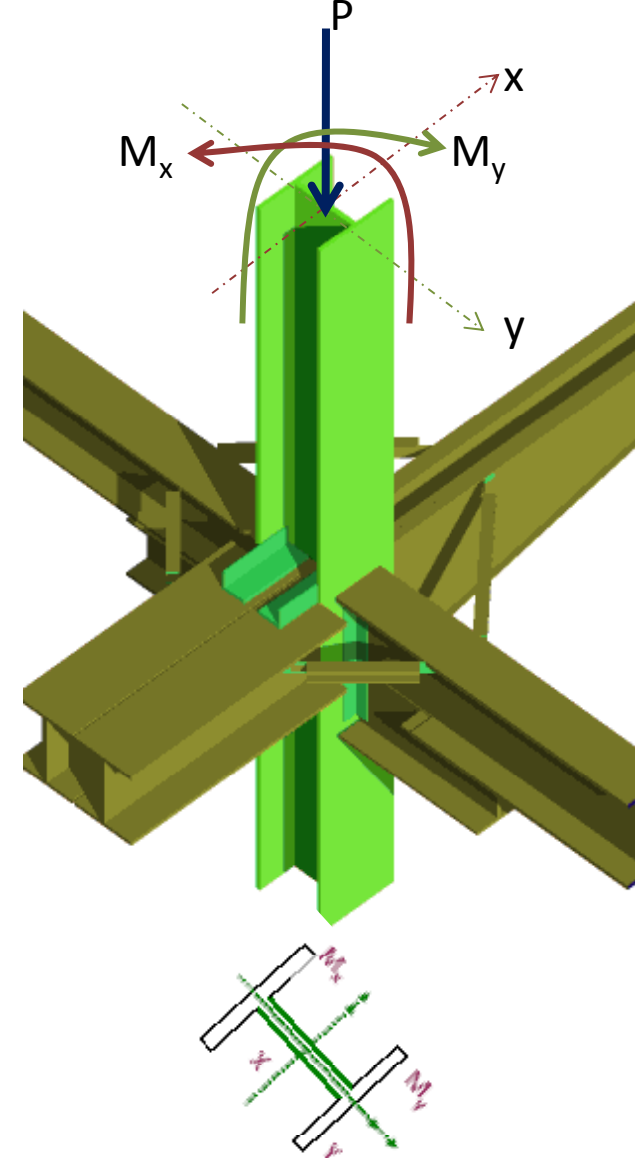


Sunum Sırası

- Giriş: Kolonlar
- Stabilite Tasarımı Yöntemleri
- Birinci Mertebe Analizi Yöntemi
- Etkin Boy Yöntemi
- Doğrudan Analiz Yöntemi
- Moment Büyütmesi Yöntemi
- Örnekler
- Özet

Giriş: Kolonlar

Kolonlar genellikle hem eksenel kuvvet hem de iki eksenli eğilme momenti etkisindedirler. Özellikle çelik yapılarda, kolonların zayıf eksenleri doğrultusunda onaylanmış bir moment birleşimi bulunmadığından dolayı $M_y=0$ olacaktır.



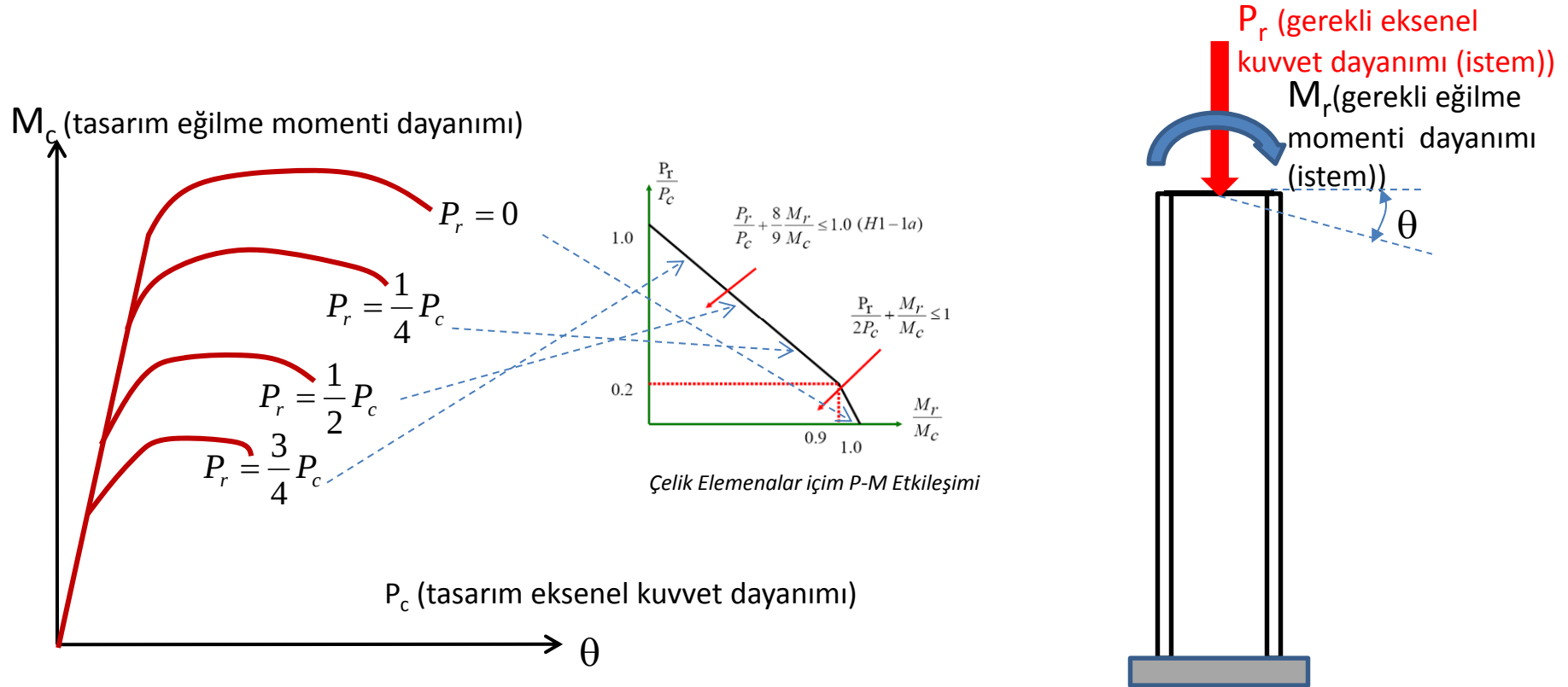
Şekil 1. Eksenel kuvvete (P) ve iki eksenli eğilmeye (M_x and M_y) maruz bir kolon

Giriş: Kolonlar

P ve M arasındaki karşılıklı etkileşim bir kolon elemanının ana özelliğidir. Bu etkileşim temel tasarım denkleminin her iki tarafını da- istem ve sunum- etkiler.

a) Sunum (Kapasite) Tarafı

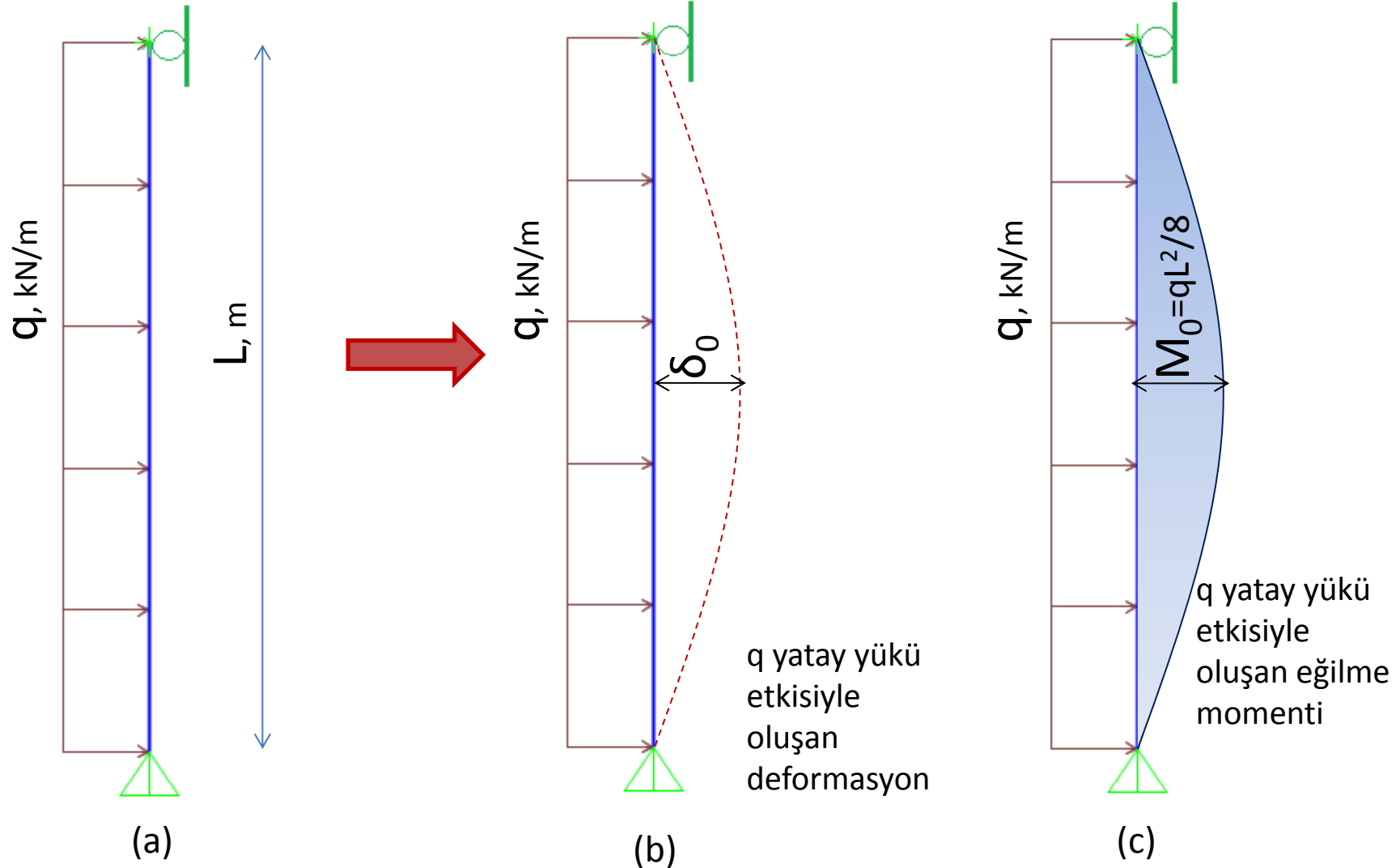
Şekil 2'de görüldüğü gibi P arttıkça eğilme momenti kapasitesi önemli ölçüde düşmektedir.



Şekil 2. P-M etkileşiminin eğilme dayanımına etkisi

Giriş: Kolonlar

b) İstem tarafı ($P-\delta$ etkisi)

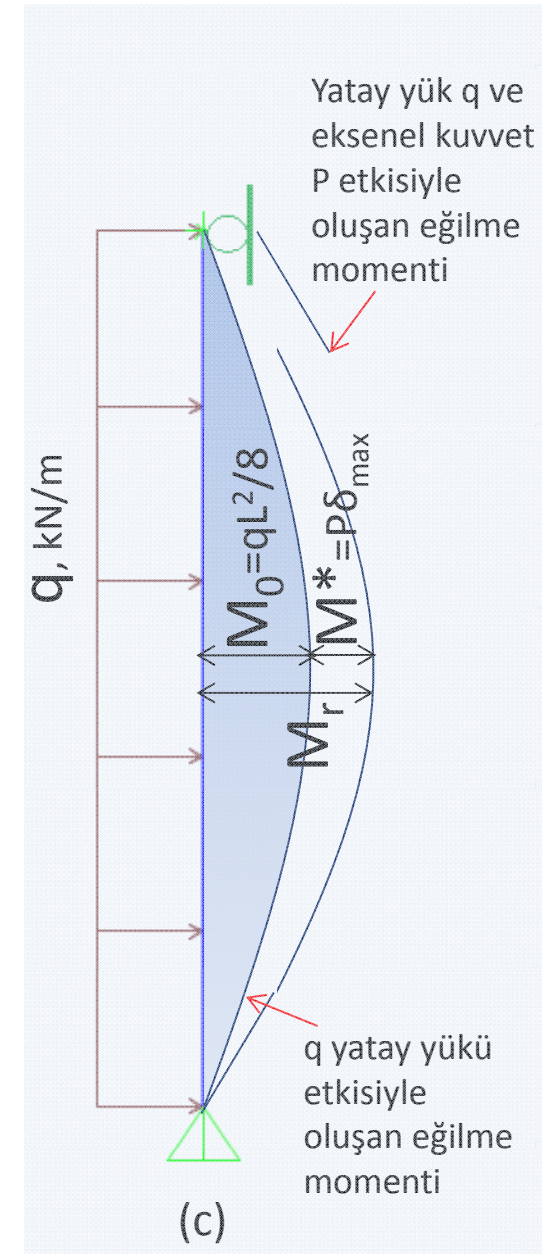
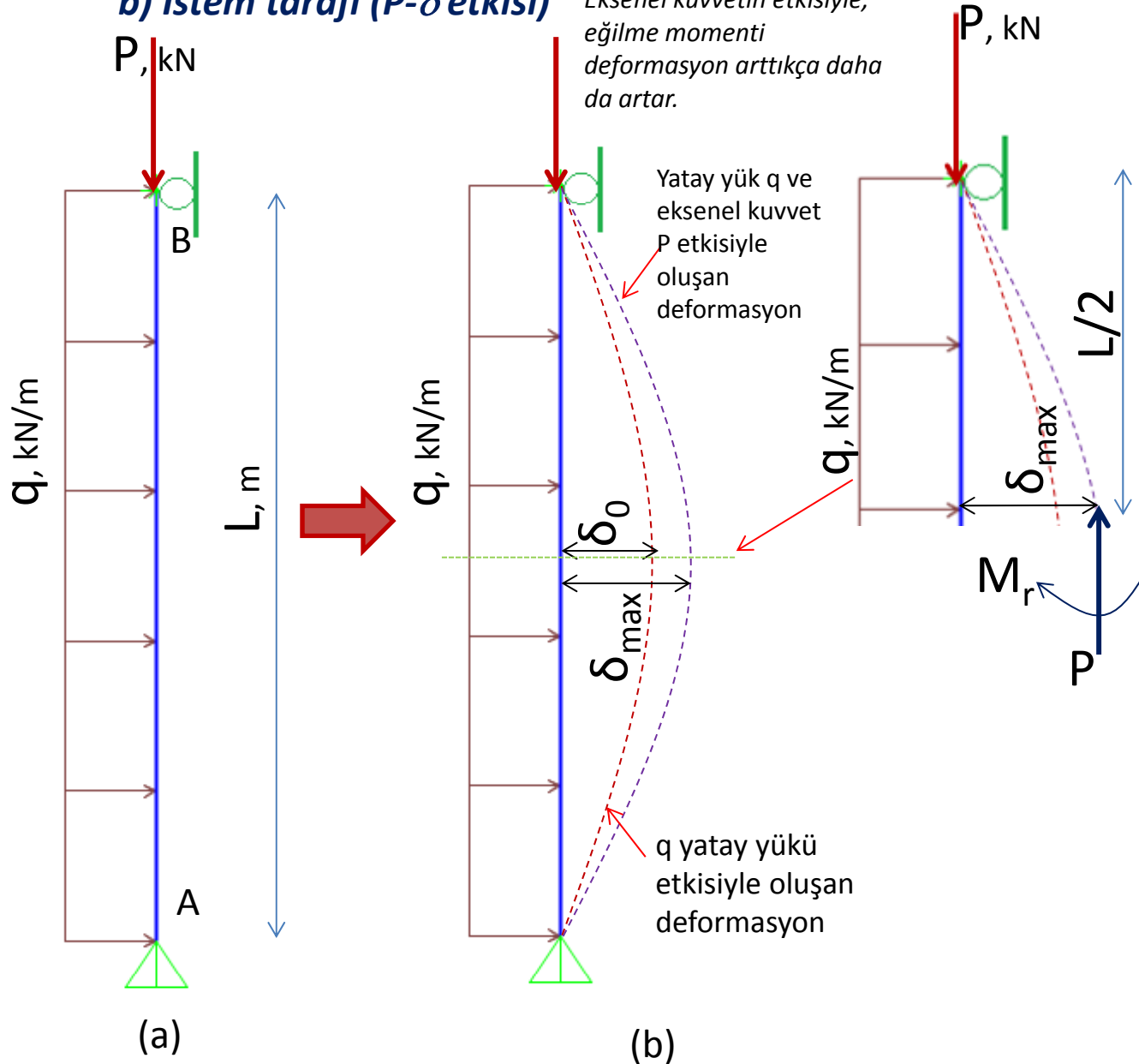


Şekil 3. Yatay kuvvet q etkisindeki basit mesnetli bir kolon

Giriş: Kolonlar

b) İstem tarafı (P - δ etkisi)

Eksenel kuvvetin etkisiyle, eğilme momenti deformasyon arttıkça daha da artar.



Şekil 4. Yanal öteleme yapmayan (nt) AB elemanında P - δ etkileşiminin eğilme momenti istemini arttırması

Giriş: Kolonlar

$$M_r = \underbrace{\frac{1}{8}qL^2}_{M_0} + \underbrace{P\delta_{\max}}_{M^*} = M_0 + M^* = \left(1 + \frac{M^*}{M_0}\right)M_0 = B_1M_0$$

M_r : q ve P etkisinde gerekli eğilme momenti dayanımı (LRFD için M_u , ASD için M_a)

M_0 : sadece yatay yüklerden (q yükü) oluşan eğilme momenti (birinci mertebe analiziyle bulunacak)

M^* : P- δ etkileşiminden dolayı oluşan ilave eğilme momenti

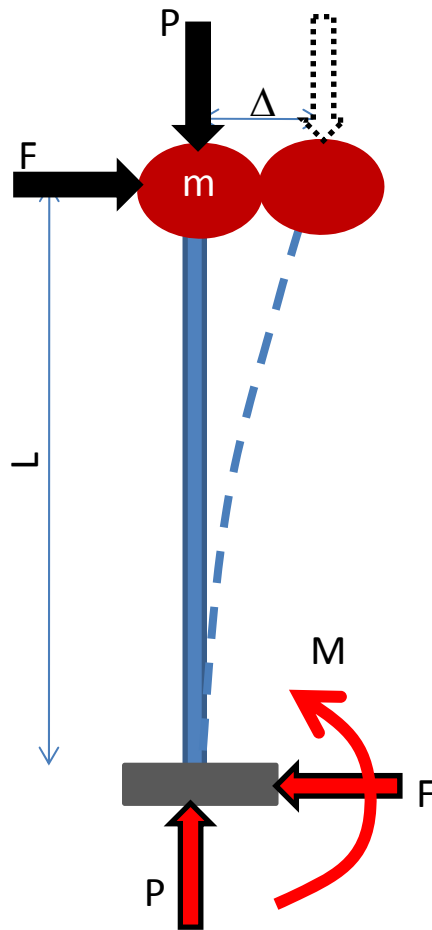
$$B_1 = 1 + \frac{M^*}{M_0} \geq 1$$

P- δ 'nin M_0 üzerindeki büyütme etkisini içeren büyütme katsayısı

Giriş: Kolonlar

b) İstem tarafı (P-Δ etkisi)

Eksenel kuvvetin etkisiyle, yanal deformasyon arttıkça eğilme momenti daha da artar.



$$M = FL$$

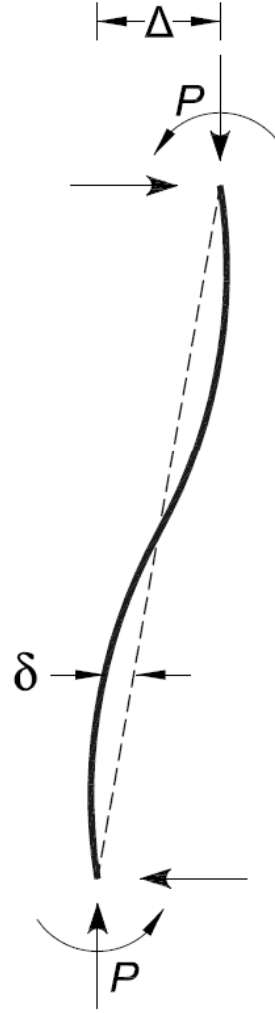
(birinci merteye momenti)

$$M = FL + P\Delta = B_2(FL)$$

(ikinci merteye momenti)

Giriş: Kolonlar

Özet:



Kolonlarda P- δ ve P- Δ etkisi

Giriş: Kolonlar

P-Δ analizi için kısa not:

Yapı rijitlik matrisi:

$$\{F\} = [K]\{u\}$$

birinci mertebe analizi için bir yapıdaki kuvvet-deformasyon ilişkisi

$$\{F\} = \{[K] + [K_g]\}\{u\}$$

ikinci mertebe analizi için bir yapıdaki kuvvet-deformasyon ilişkisi

Elastik rijitlik
matrisi

$$EI \begin{bmatrix} \frac{12}{l^3} & -\frac{6}{l^2} & -\frac{12}{l^3} & -\frac{6}{l^2} \\ -\frac{6}{l^2} & \frac{4}{l} & \frac{6}{l^2} & \frac{2}{l} \\ -\frac{12}{l^3} & \frac{6}{l^2} & \frac{12}{l^3} & \frac{6}{l^2} \\ -\frac{6}{l^2} & \frac{2}{l} & \frac{6}{l^2} & \frac{4}{l} \end{bmatrix}$$

Bir çerçeve elemanı için
elastik rijitlik matrisi, $[k]$

Geometrik
rijitlik matrisi

$$-P \begin{bmatrix} \frac{6}{5l} & -\frac{1}{10} & -\frac{6}{5l} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{2l}{15} & +\frac{1}{10} & -\frac{l}{30} \\ -\frac{6}{5l} & +\frac{1}{10} & \frac{6}{5l} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{l}{30} & \frac{1}{10} & \frac{2l}{15} \end{bmatrix}$$

Bir çerçeve elemanı için
geometrik rijitlik matrisi,
 $[k_g]$

Stabilite Tasarımı

ANSI/AISC 360-10, Bölüm C stabilite tasarımı için 3 yöntem önermektedir:

- a) **First-Order Analysis Method** (Birinci merteye analizi yöntemi)
- b) **Effective length method** (Etkin boy yöntemi)
(ikinci merteye analizi veya birinci merteye etkilerinin yaklaşık olarak büyütülmesini (moment büyütmesi yöntemi) gerektirir)
- c) **Direct Analysis Method of Design** (Doğrudan Analiz Yöntemi)
Bu yöntem önümüzdeki senelerde eğer uygulamacı mühendisler öğretilirse standart yöntem olacaktır. Bu yöntem de ikinci merteye analizi veya birinci merteye etkilerinin yaklaşık olarak büyütülmesini (moment büyütmesi yöntemi) gerektirir.

Birinci Mertebe Analizi Yöntemi

- ➔ P-Delta (Δ) analizi (ikinci mertebe analizi) gerekmez.
- ➔ Analizlerde nominal EI ve EA kullanılır.
- ➔ Tüm elemanlar için $K=1.0$ 'dir.
- ➔ Eğilme rijitliği çerçevenin yanal dayanımına katkıda bulunan tüm elemanlar için arttırılmış eksenel yükler akma dayanımının ($F_y A_g$) %50'sinden fazla olmamalıdır.
- ➔ Tüm yük kombinasyonlarında geometrik kusurları göz önüne almak üzere fiktif yatay yükler (düşey yükün belirli bir yüzdesi olarak- $2.1(\Delta/L)Y_i \geq 0.0042$, Y_i i^{nci} kattaki düşey kuvvet) taşıyıcı sisteme uygulanmaktadır.
- ➔ Yöntemin uygulanabilirliği ile ilgili kısıtlamalar için ilgili yönetmelik bölümüne bakınız.

Etkin Boy Yöntemi

- ➔ Stabilité analizi için alternatif bir yöntemdir. Yöntem hem ikinci mertebe analizi kullanılarak hem de birinci mertebe etkileri büyütülerek uygulanabilir.
- ➔ Analizlerde nominal EI ve EA kullanılır. .
- ➔ Sadece düşey yüklü kombinasyonlarında geometrik kusurları göz önüne almak üzere fiktif yatay yükler (düşey yükün belirli bir yüzdesi olarak- $0.002Y_i$, Y_i i^{nci} kattaki düşey kuvvet) taşıyıcı sisteme uygulanmaktadır.
- ➔ Yöntemin uygulanabilirliği ile ilgili kısıtlamalar için ilgili yönetmelik bölümüne bakınız.

Etkin Boy Yöntemi (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7)

- ➔ Etkin boy yöntemi 1961'den beri kullanılmaktadır ve doğrudan analiz yöntemine alternatif bir yöntemdir.
- ➔ İki ucu mafsallı elemanlarda $K=1.0$ 'dir. Bu tür kolonlar için $KL=L$ 'dir.
- ➔ Uygulamada, moment sıfır noktasının yeri uçlardaki ankastrelikten dolayı değişeceğinden KL azalacaktır.
- ➔ Yanal ötelenmesi önlenmemiş sistemlerde $K>1$ olacaktır. Yanal ötelenmesi önlenmiş sistemlerde ise $K=1.0$ alınabilir (yapısal analizle daha küçük bir K değeri alınabileceği de gösterilebilir)

Etkin Boy Yöntemi (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7)

K iki yolla bulunabilir:

- 1 Etkin boy için yaklaşık değerler kullanılabilir
- 2 Nomogramlar

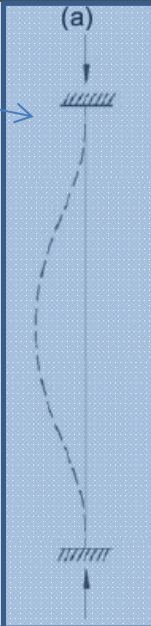
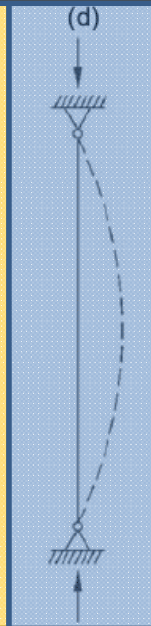
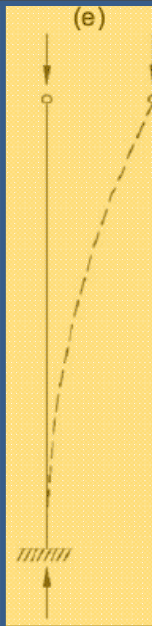
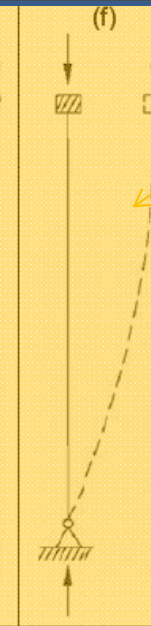
Etkin Boy Yöntemi (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7)

Yanal ötelenmesi
önlenmiş
çerçevelerdeki
kolonlar

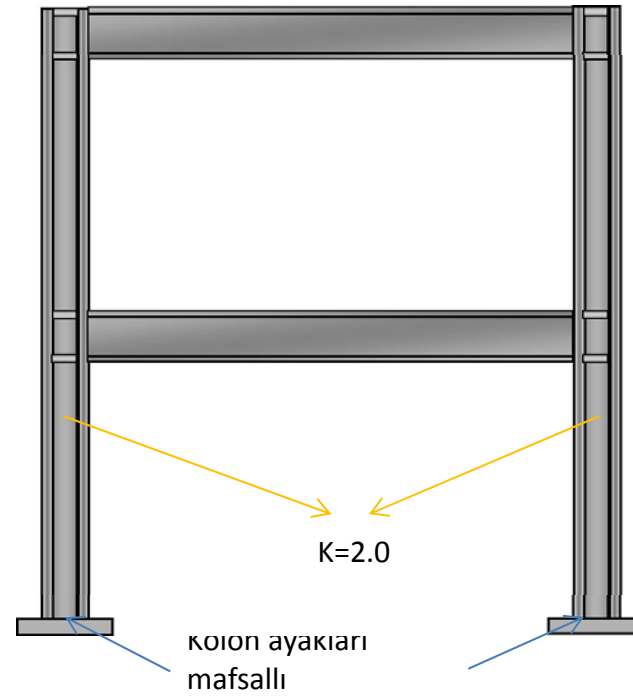
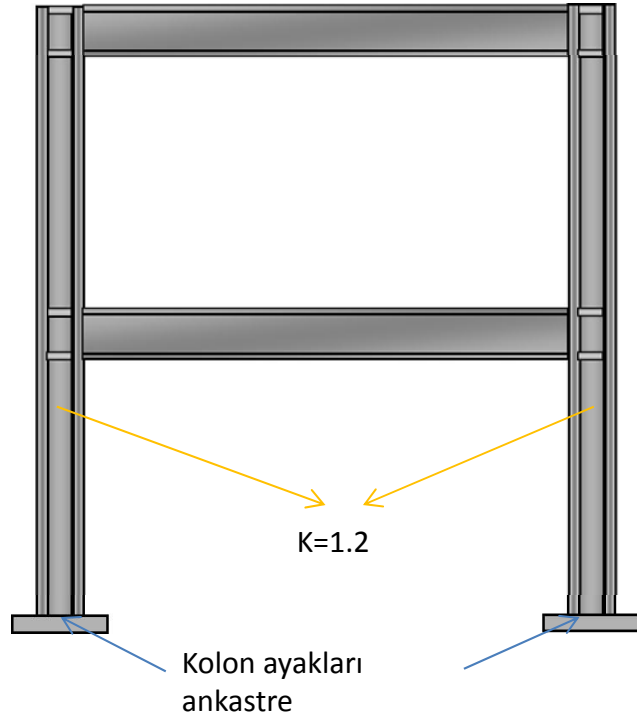


Buckled shape of
column is shown by
dashed line

Yanal
ötelenmesi
önlenmemiş
çerçevelerdeki
kolonlar

TABLE C-A-7.1 Approximate Values of Effective Length Factor, K						
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
						
Theoretical K value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended design value when ideal conditions are approximated	0.65	0.80	1.2	1.0	2.1	2.0
End condition code	 Rotation fixed and translation fixed Rotation free and translation fixed Rotation fixed and translation free Rotation free and translation free					

Etkin Boy Yöntemi (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7)

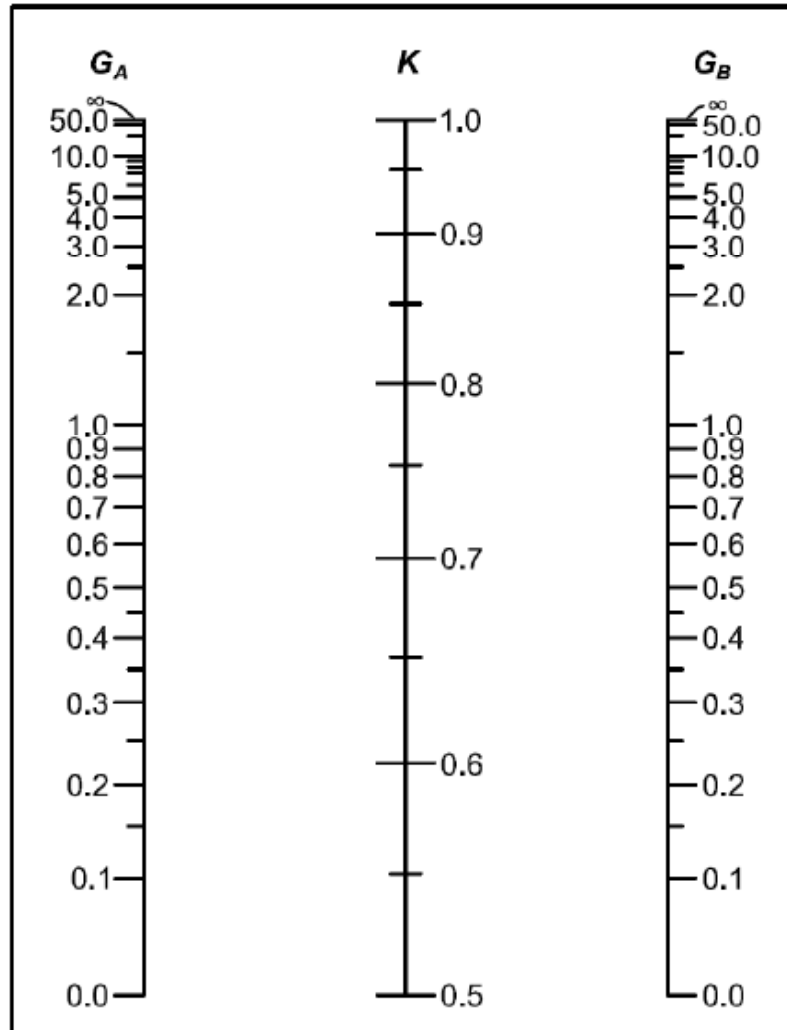


Tüm kolonlar ve
çaprazlar için $K=1.0$

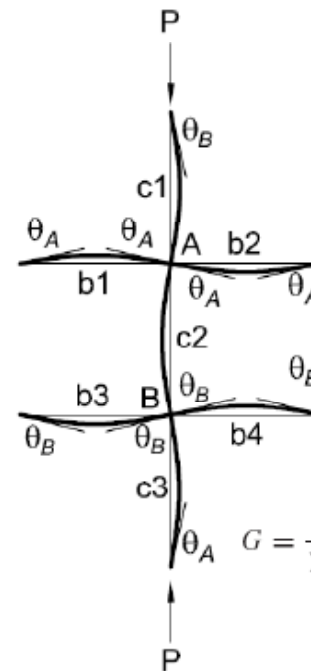


Etkin Boy Yöntemi (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7)

2

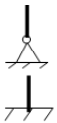


ANSI/AISC 360-10



$G = 10.0$ for pin supports

$G = 1.0$ for fixed supports



$$G = \frac{\sum (E_c I_c / L_c)}{\sum (E_g I_g / L_g)} = \frac{\sum (EI / L)_c}{\sum (EI / L)_g}$$

$G=1$ for fixed end

$G=10$ for pinned end

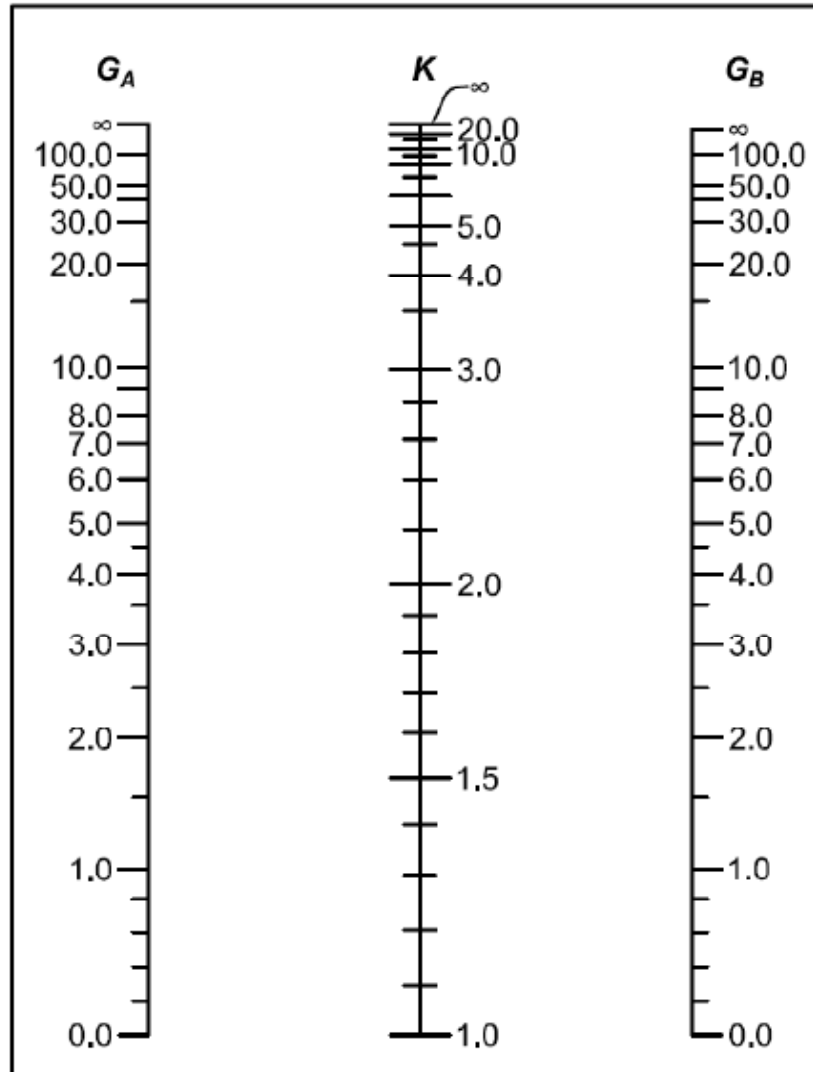
$$\frac{G_A G_B}{4} (\pi / K)^2 + \left(\frac{G_A + G_B}{2} \right) \left(1 - \frac{\pi / K}{\tan(\pi / K)} \right) + \frac{2 \tan(\pi / 2K)}{(\pi / K)} - 1 = 0$$

Kavanagh, T.C., (1962), "Effective Length of Framed Columns," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.127, pp.81-101.

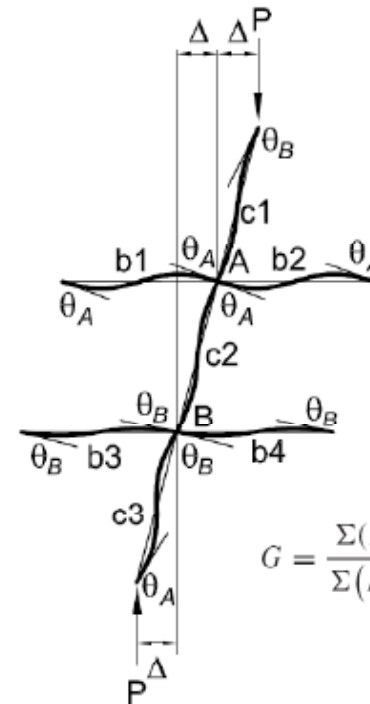
Fig. C-A-7.1. Alignment chart—sidesway inhibited (braced frame).

Etkin Boy Yöntemi (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7)

2



ANSI/AISC 360-10



$G = 10.0$ for pin supports

$G = 1.0$ for fixed supports

$$G = \frac{\Sigma(E_c I_c / L_c)}{\Sigma(E_g I_g / L_g)} = \frac{\Sigma(EI/L)_c}{\Sigma(EI/L)_g}$$

$G=1$ for fixed end

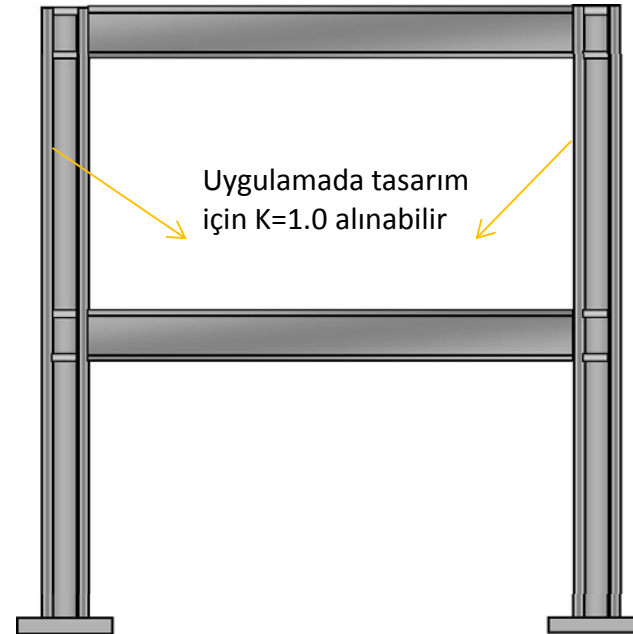
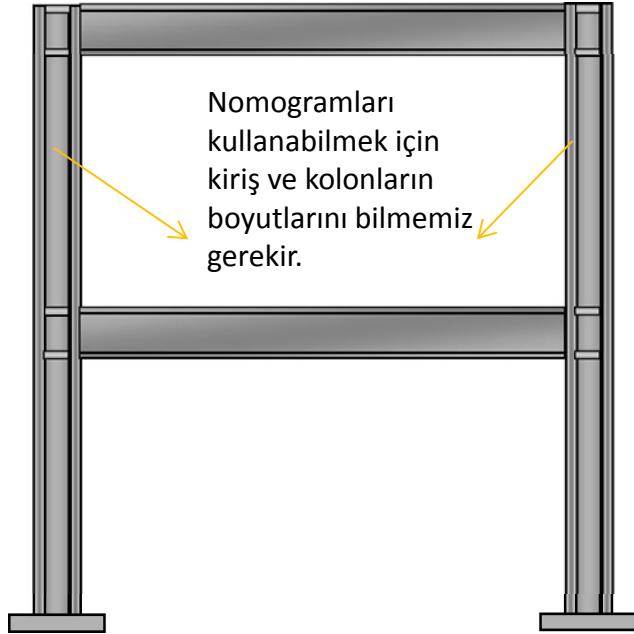
$G=10$ for pinned end

$$\frac{G_A G_B (\pi/K)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} - \frac{(\pi/K)}{\tan(\pi/K)} = 0$$

Kavanagh, T.C., (1962), "Effective Length of Framed Columns," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.127, pp.81-101.

Fig. C-A-7.2. Alignment chart sidesway—uninhibited (moment frame).

Etkin Boy Yöntemi (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7)



Tüm kolonlar ve
çaprazlar için $K=1.0$



Etkin Boy Yöntemi (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7)

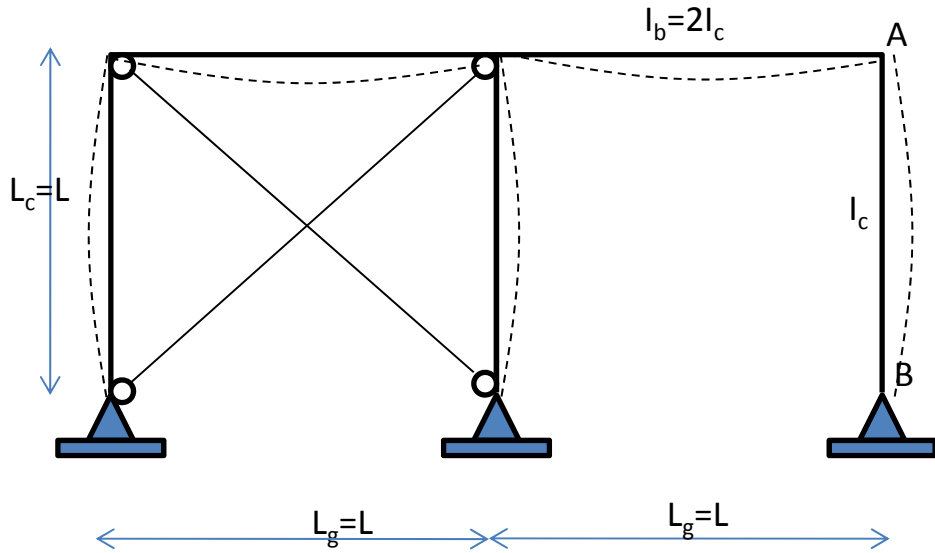
Yanal ötelenmesi önlenmiş ve önlenmemiş çerçeveler:

Yanal stabilitesi çaprazlarla veya perde duvarlarla sağlanan çerçevelere *yanal ötelenmesi önlenmiş çerçeveler* denir.

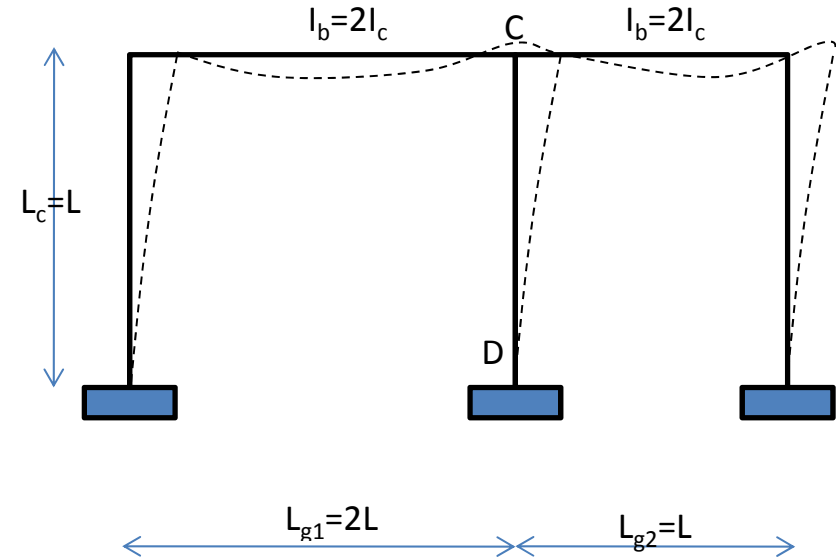
Yanal stabilitesi rijit olarak birbirine bağlanan kiriş ve kolonların eğilme rijitlikleriyle sağlanan çerçevelere *yanal ötelenmesi önlenmemiş çerçeveler* denir.

Örnek

Şekildeki yanal ötelenmesi önlenmiş ve önlenmemiş çerçevelerdeki AB ve CD kolonları için etkin boy katsayılarını bulunuz.



Çaprazlı çerçeve
(yanal ötelenmesi önlenmiş)



Moment çerçevesi
(yanal ötelenmesi önlenmemiş)

Çözüm

Etkin boy katsayıları:

AB kolonu için:

$$\left. \begin{aligned} G_B &= 10 \quad (\text{pinned} - \text{end}) \\ G_A &= \frac{I_C / L_C}{I_b / L_g} = \frac{I_C / L}{2I_C / L} = 0.5 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} K_{AB} &= 0.8 \\ &(\text{nomogramdan}) \end{aligned}$$

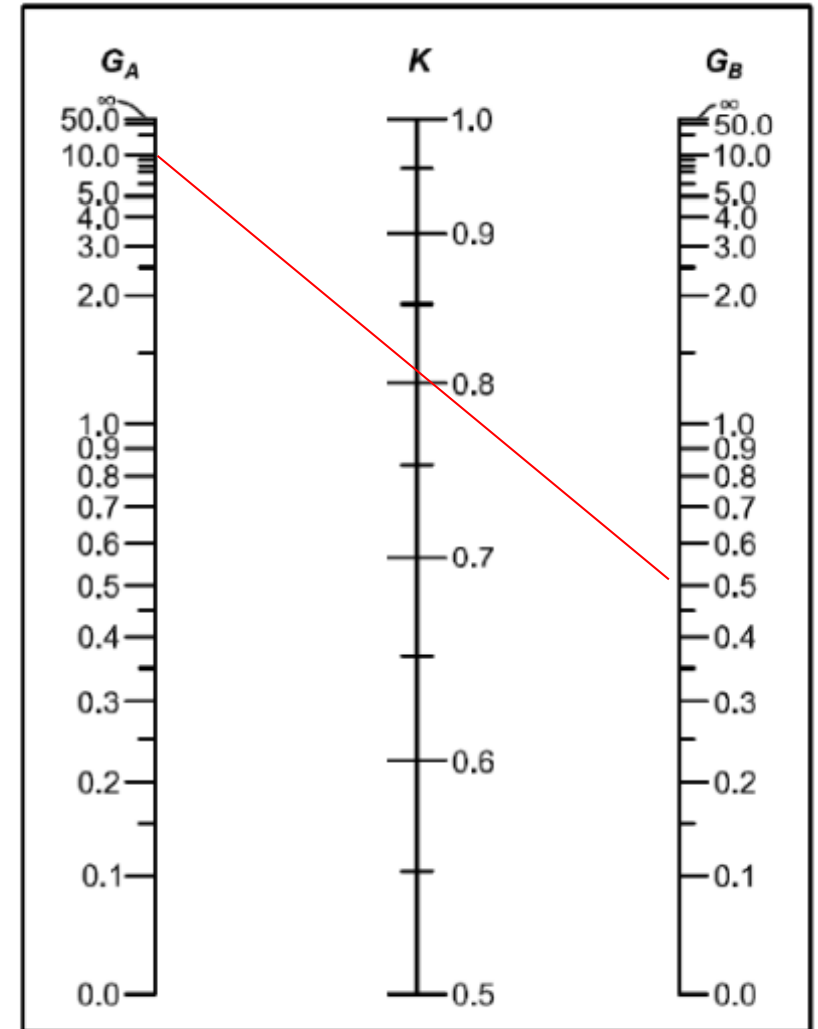


Fig. C-C2.3. Alignment chart—sidesway inhibited (braced frame).

Çözüm

Etkin boy katsayıları:

CD kolonu için:

$$G_B = 1 \quad (\text{fixed-end})$$
$$G_A = \frac{I_C / L_C}{I_b / L_g} = \frac{I_C / L}{2I_C / 2L + 2I_C / 2L} = \frac{1}{3}$$

} $K_{CD} = 1.2$
(nomogramdan)

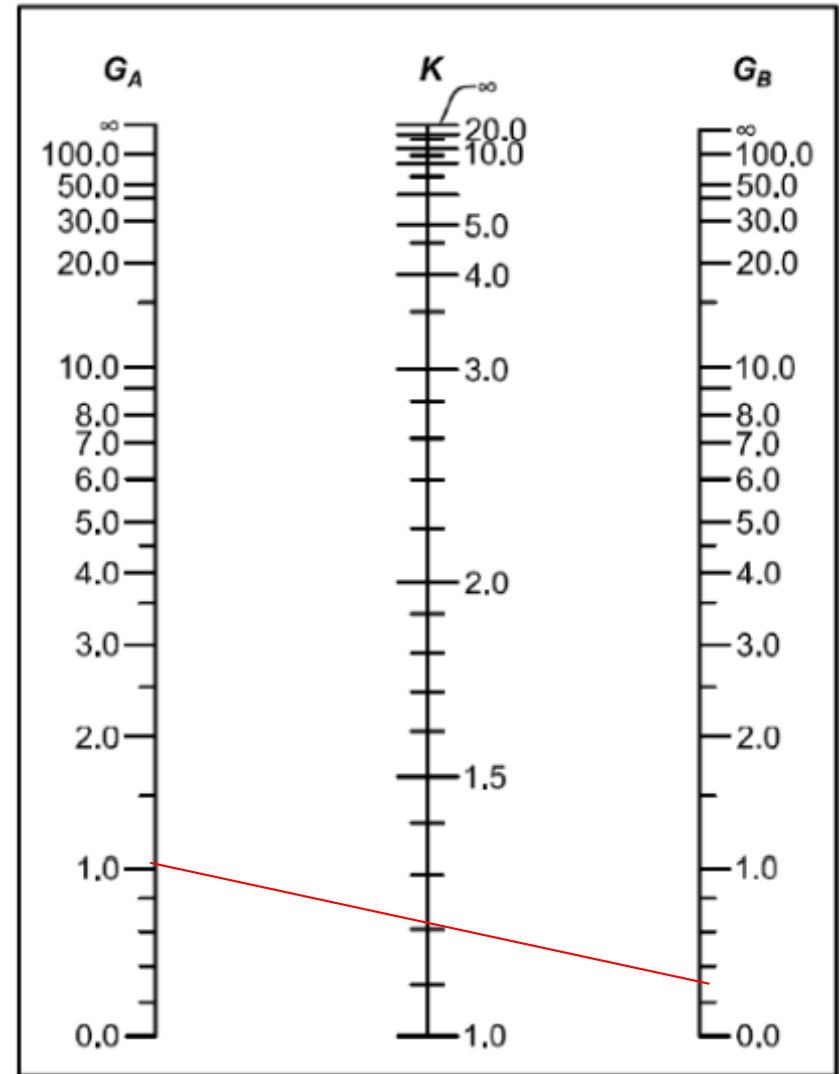
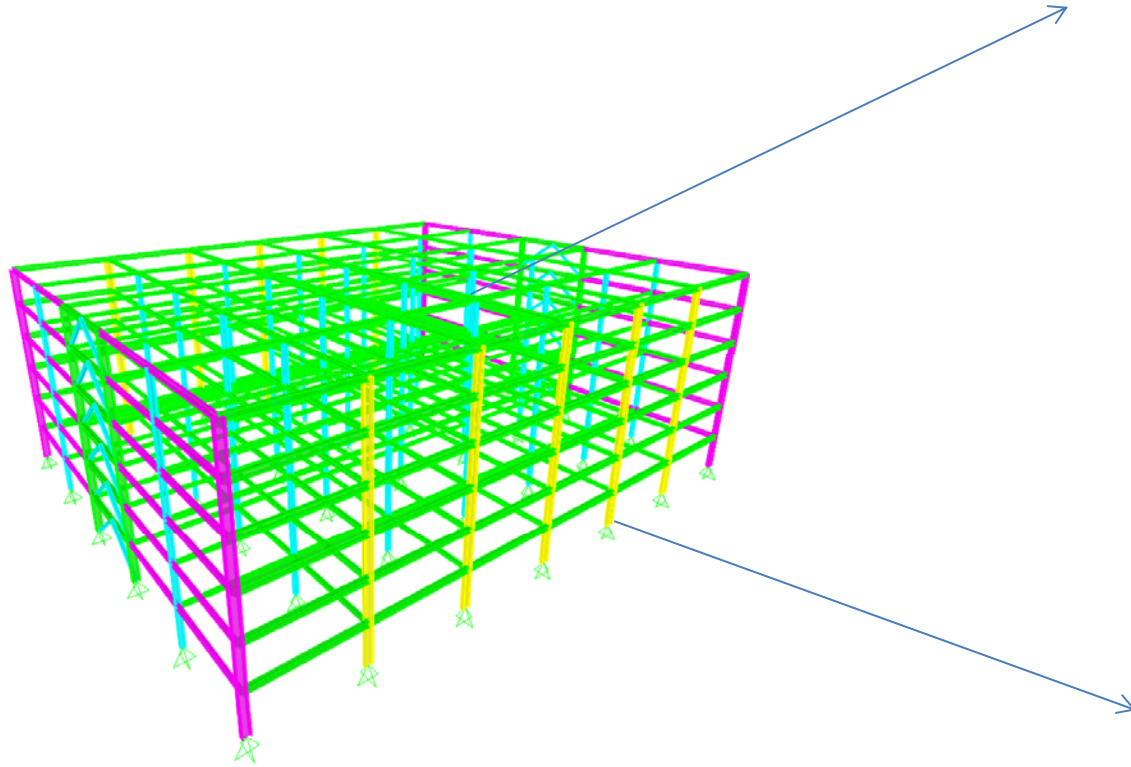


Fig. C-C2.4. Alignment chart—sidesway uninhibited (moment frame).

Doğrudan Analiz Yöntemi

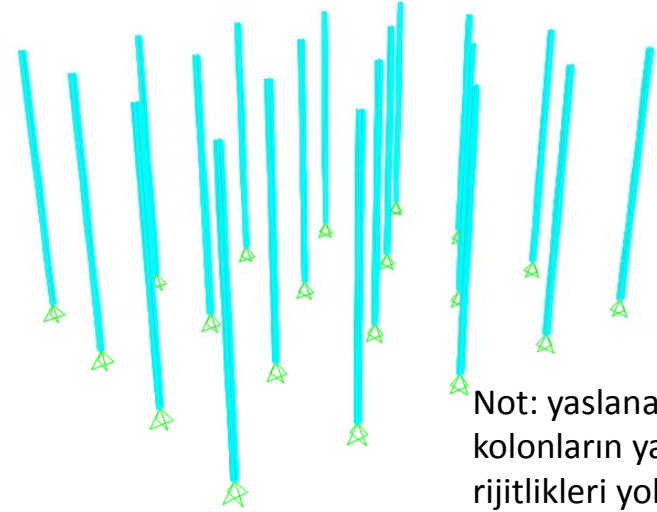
- Bu yöntemin uygulanmasında hiçbir kısıtlama bulunmamaktadır.
- İkinci mertebe eksenel kuvvetlerini ve eğilme momentlerini hesaplayabilmek için bilgisayar destekli bir P-Delta (Δ) gerekmektedir. İkinci mertebe etkileri, birinci mertebe etkilerinin büyütülmesi ile de (moment büyütmesi) elde edilebilir.
- Geometrik nonlineariteler, başlangıç kusurları ve malzemenin doğrusal olmayan davranışı gözönüne alınmaktadır.
- Sadece düşey yük taşıyan kolonlardaki (yaslanan kolonlar - leaning columns) tüm eksenel yükler analizlerde gözönüne alınmalıdır (sonraki slayta bakınız).
- İkinci mertebe ve birinci mertebe kat ötelemelerinin oranına bağlı olarak geometrik kusurları gözönüne almak üzere düşey yüklü veya tüm yük kombinasyonlarında fiktik yatay yükler (düşey yükün belirli bir yüzdesi olarak- (0.002 veya 0.003) Y_i , Y_i i^{nci} kattaki düşey kuvvet) taşıyıcı sisteme uygulanmaktadır.
- Doğrusal olmayan davranışı göz önüne almak üzere azaltılmış EI ve EA kullanılmaktadır.

Doğrudan Analiz Yöntemi



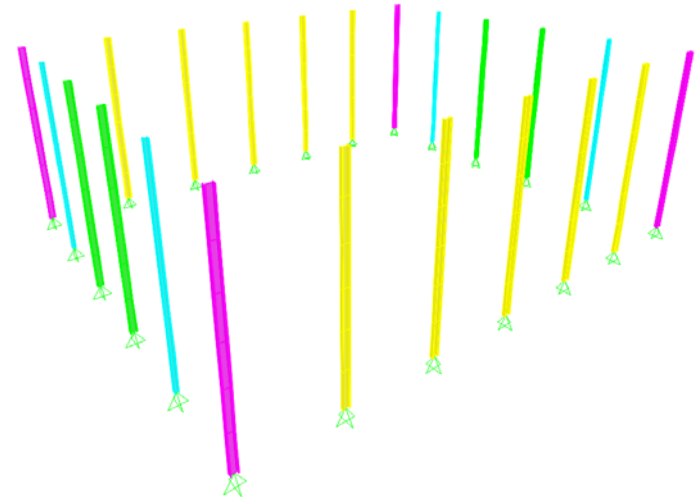
Not: yaslanan kolonlardaki eksenel yükler çevre çerçevelerin tasarımında gözönüne alınmalıdır.

Yaslanan kolonlar (leaning columns)

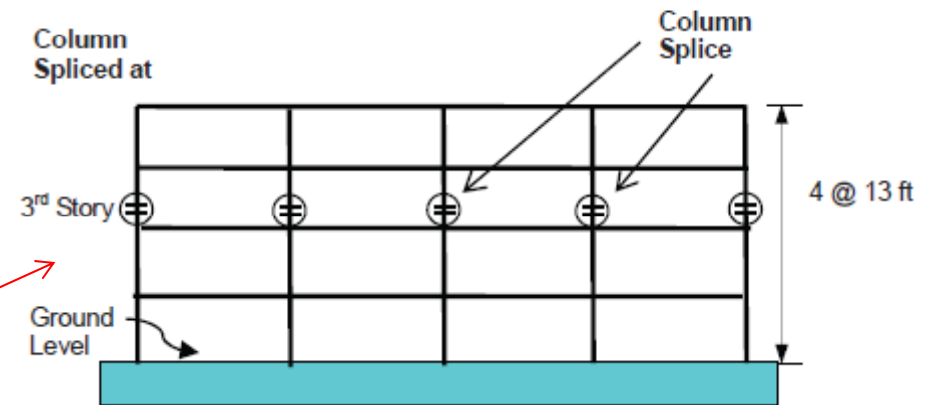
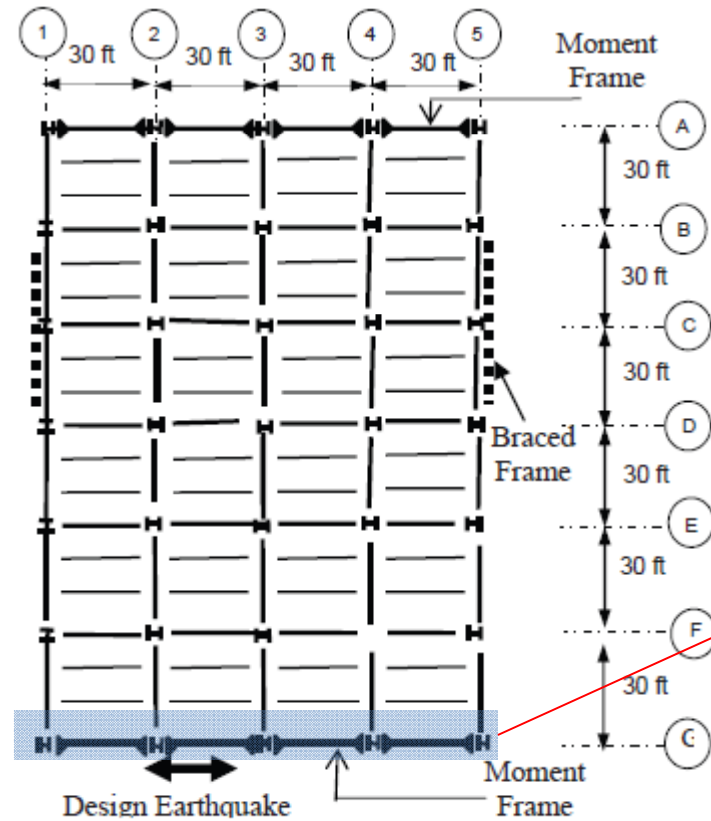


Not: yaslanan kolonların yanal rijitlikleri yoktur; tasarımda $K=1.0$ alınır)

Yatay yükleri çevre çerçeveler taşırlar



Doğrudan Analiz Yöntemi



Seismic Demand on Column Splices in Steel Moment Frames

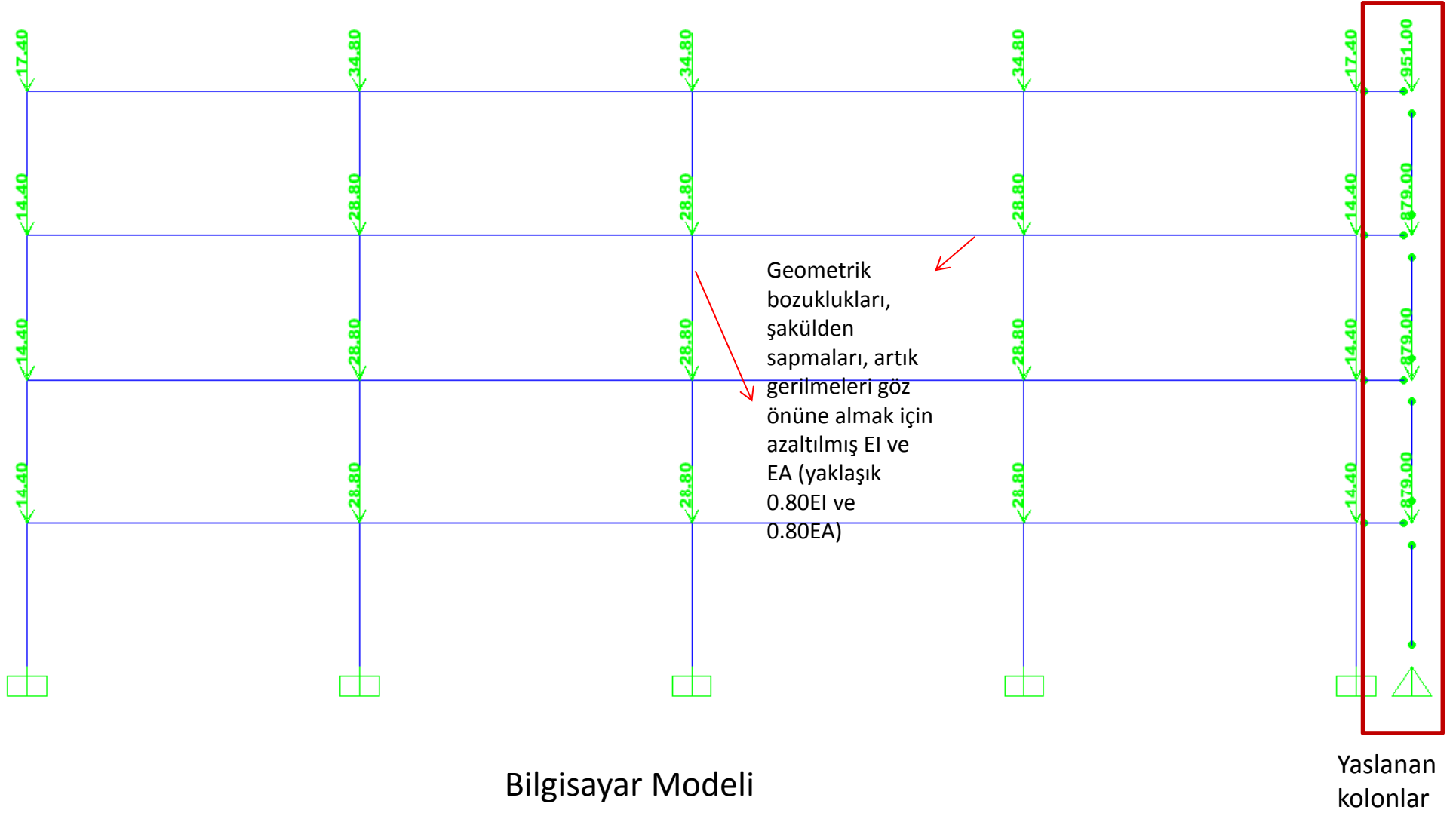
JAY SHEN, THOMAS A. SABOL, BULENT AKBAS and NARATHIP SUTCHIEWCHARN

ENGINEERING JOURNAL / FOURTH QUARTER / 2010 / 223



Bilgisayar Modeli

Doğrudan Analiz Yöntemi

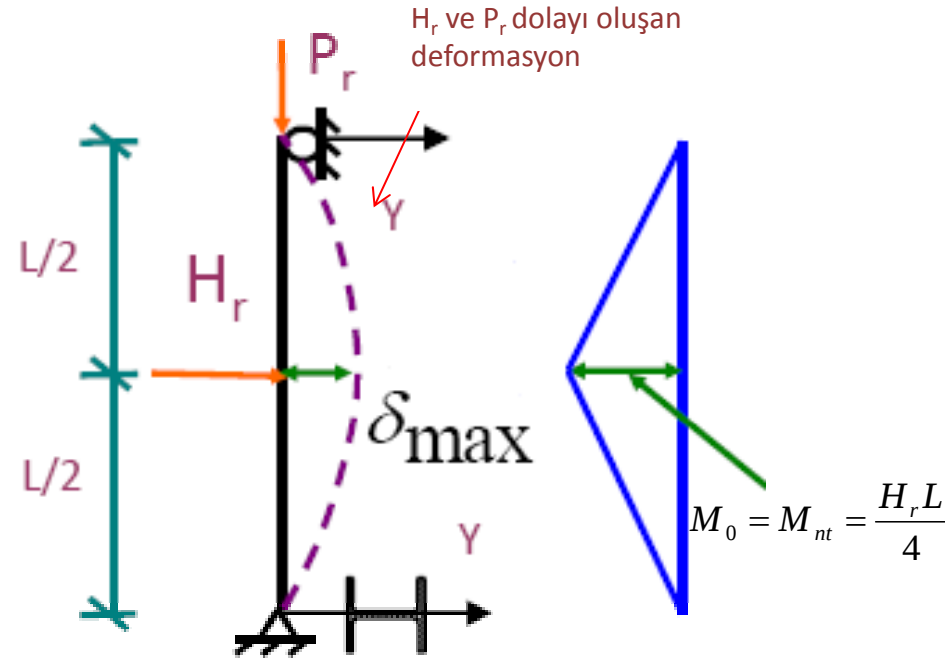


Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

Moment Büyütme Katsayıları, B_1 ve B_2 , ve Gerekli Tasarım Eğilme Momenti

Pratik mühendislik uygulamalarında, $P-\delta$ ve $P-\Delta$ 'nın gerekli tasarım eğilme momenti dayanımı, M_r üzerindeki etkisini belirlemek için basit bir yaklaşım yeterli olacaktır.

Yanal öteleme yapmayan elemanlar (nt) – Çaprazlı Çerçeveler



Şekil 5. Yanal öteleme yapmayan tipik bir kolon elemanı (nt)

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

Yanal öteleme yapmayan elemanlar (nt) – Çaprazlı Çerçeveler

P- δ etkisinden dolayı gerekli ikinci mertebe eğilme momenti dayanımı, M_r , ve eksenel kuvvet, P_r , dayanımı (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7):

$$M_r = B_1 M_{nt} \quad (A-8-1)$$

$$P_r = P_{nt} \quad (A-8-2)$$

B_1 : eğilme ve basınç etkisindeki her elemanda P- δ etkisini gözönüne almak için büyütme katsayısı
(basınç etkisi olmayan elemanlarda $B_1=1$ alınır)

M_{nt} : yanal öteleme yapmayan sistemde birinci mertebe analizinden elde edilen eğilme momenti
(LRFD veya ASD yük kombinasyonlarına göre)

P_{nt} : yanal öteleme yapmayan sistemde birinci mertebe analizinden elde edilen eksenel kuvvet
(LRFD veya ASD yük kombinasyonlarına göre)

Not: düğüm noktaları arasında yatay yükün etkilemediği durumlarda $B_1=1$ alınabilir (AISC360-10, Comm.Appendix 7-7.3)

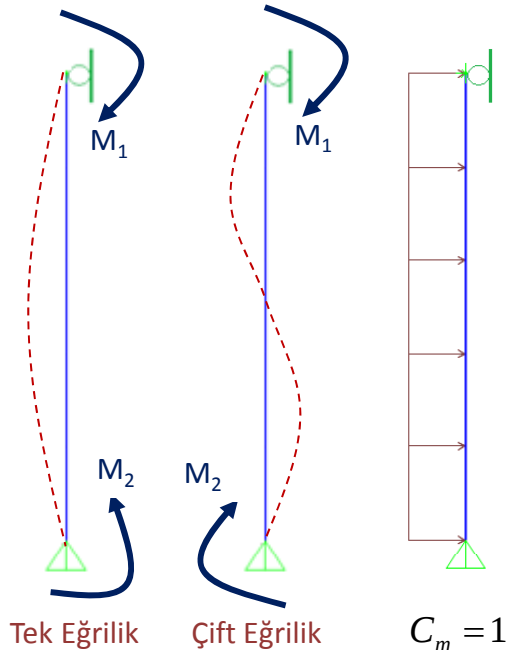
Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

Yanal öteleme yapmayan elemanlar (nt) – Çaprazlı Çerçeveler

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha P_r / P_{e1}} \geq 1 \quad (\text{A-8-3})$$

$\alpha = 1.00$ (LRFD); $\alpha = 1.60$ (ASD)

C_m = coefficient assuming no lateral translation of the frame determined as follows:



- (a) For *beam-columns* not subject to transverse loading between supports in the plane of bending

$$C_m = 0.6 - 0.4(M_1/M_2) \quad (\text{A-8-4})$$

where M_1 and M_2 , calculated from a *first-order analysis*, are the smaller and larger moments, respectively, at the ends of that portion of the member unbraced in the plane of bending under consideration. M_1/M_2 is positive when the member is bent in *reverse curvature*, negative when bent in *single curvature*. *Note: M_1 and M_2 are taken from the moment diagram.*

- (b) For beam-columns subject to transverse loading between supports, the value of C_m shall be determined either by analysis or conservatively taken as 1.0 for all cases.

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

Yanal öteleme yapmayan elemanlar (nt) – Çaprazlı Çerçeveler

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI^*}{(K_1 L)^2}$$

(A-8-5) Elastic critical buckling strength of the member in the plane of bending, kips (N)

EI^* = flexural rigidity required to be used in the analysis (= $0.8\tau_b EI$ when used in the *direct analysis method* where τ_b is as defined in Chapter C; = EI for the effective length and first-order analysis methods)

E = modulus of elasticity of steel = 29,000 ksi (200 000 MPa)

I = moment of inertia in the plane of bending, in.⁴ (mm⁴)

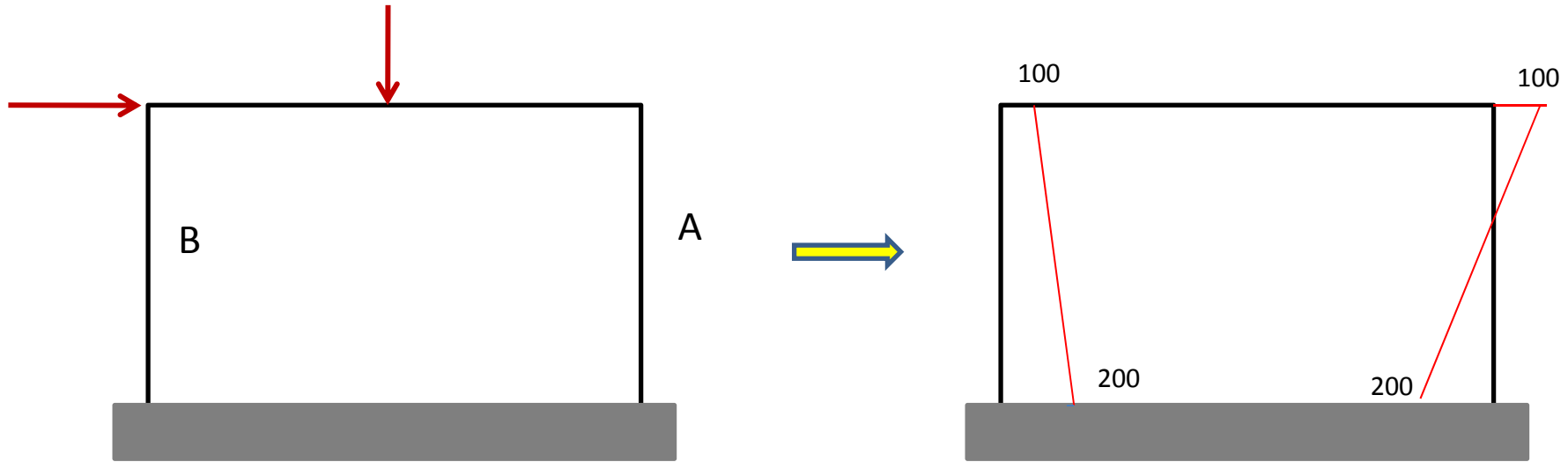
L = length of member, in. (mm)

K_1 = *effective length factor* in the plane of bending, calculated based on the assumption of no lateral translation at the member ends, set equal to 1.0 unless analysis justifies a smaller value

It is permitted to use the first-order estimate of P_r (i.e., $P_r = P_{nt} + P_{lt}$) in Equation A-8-3.

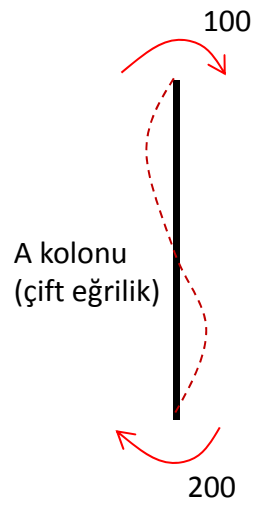
Örnek

Şekildeki tek katlı çerçevedeki A ve B kolonları için C_m değerlerini bulunuz.

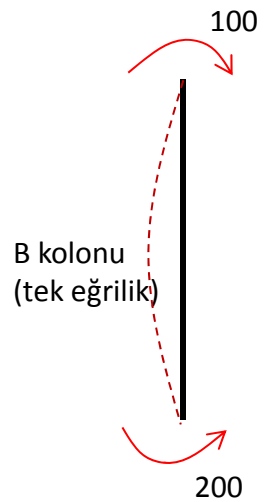


Moment diyagramı

Çözüm



$$\frac{|M_1|}{|M_2|} = +0.5 \Rightarrow C_m = 0.6 - 0.4(0.5) = 0.4$$



$$\frac{|M_1|}{|M_2|} = -0.5 \Rightarrow C_m = 0.6 - 0.4(-0.5) = 0.8$$

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

Yanal öteleme yapan elemanlar (lt) – Çerçeveler

P- δ ve P- Δ etkilerinden dolayı gerekli ikinci mertebe eğilme momenti, M_r , ve eksenel kuvvet, P_r , dayanımı (ANSI/AISC 360-10, Appendix 7):

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (A-8-1)$$

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} \quad (A-8-2)$$

B_2 : yapının her katında P- Δ etkisini gözönüne almak için büyütme katsayısı

M_{lt} : sistemin yanal ötelemesinden dolayı oluşan ve birinci mertebe analizinden elde edilen eğilme momenti (LRFD veya ASD yük kombinasyonlarına göre)

P_{lt} : sistemin yanal ötelemesinden dolayı oluşan ve birinci mertebe analizinden elde edilen eksenel kuvvet (LRFD veya ASD yük kombinasyonlarına göre)

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

Yanal öteleme yapan elemanlar (lt) – Çerçeveler

1

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{story}}{P_{e story}}} \geq 1 \quad (A-8-6)$$

Bu denklemi kullanabilmek için kolon ve kiriş boyutlarını bilmemiz gerekir.

α = 1.00 (LRFD); α = 1.60 (ASD)

P_{story} = total vertical load supported by the story using LRFD or ASD load combinations, as applicable, including loads in columns that are not part of the lateral force resisting system, kips (N) (e.g. including leaning columns)

Bulmak çok da kolay değildir $P_{e story}$ = elastic critical buckling strength for the story in the direction of translation being considered, kips (N), determined by sidesway buckling analysis or as:

$$P_{e story} = R_M \frac{HL}{\Delta_H}$$

2

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{story}}{R_M \frac{HL}{\Delta_H}}} \geq 1 \quad (A-8-6) - 2$$

Bu denklemin kullanımı çok daha rahattır. Yönetmeliklerde Δ_H için önerilen etkin görelî kat ötelemesi sınırını kullanabiliriz.

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

Yanal öteleme yapan elemanlar (It) – Çerçeveler

$$P_{e\ story} = R_M \frac{HL}{\Delta_H} \quad (A-8-7)$$

$$R_M = 1 - 0.15 (P_{mf}/P_{story}) \quad (A-8-8) \quad (R_m = 0.85 \text{ for moment frames; or } 0 \text{ for braced frames (AISC 360-10, Comm. Appendix 8)})$$

L = height of story, in. (mm)

P_{mf} = total vertical load in columns in the story that are part of *moment frames*, if any, in the direction of translation being considered (= 0 for *braced frame* systems), kips (N)

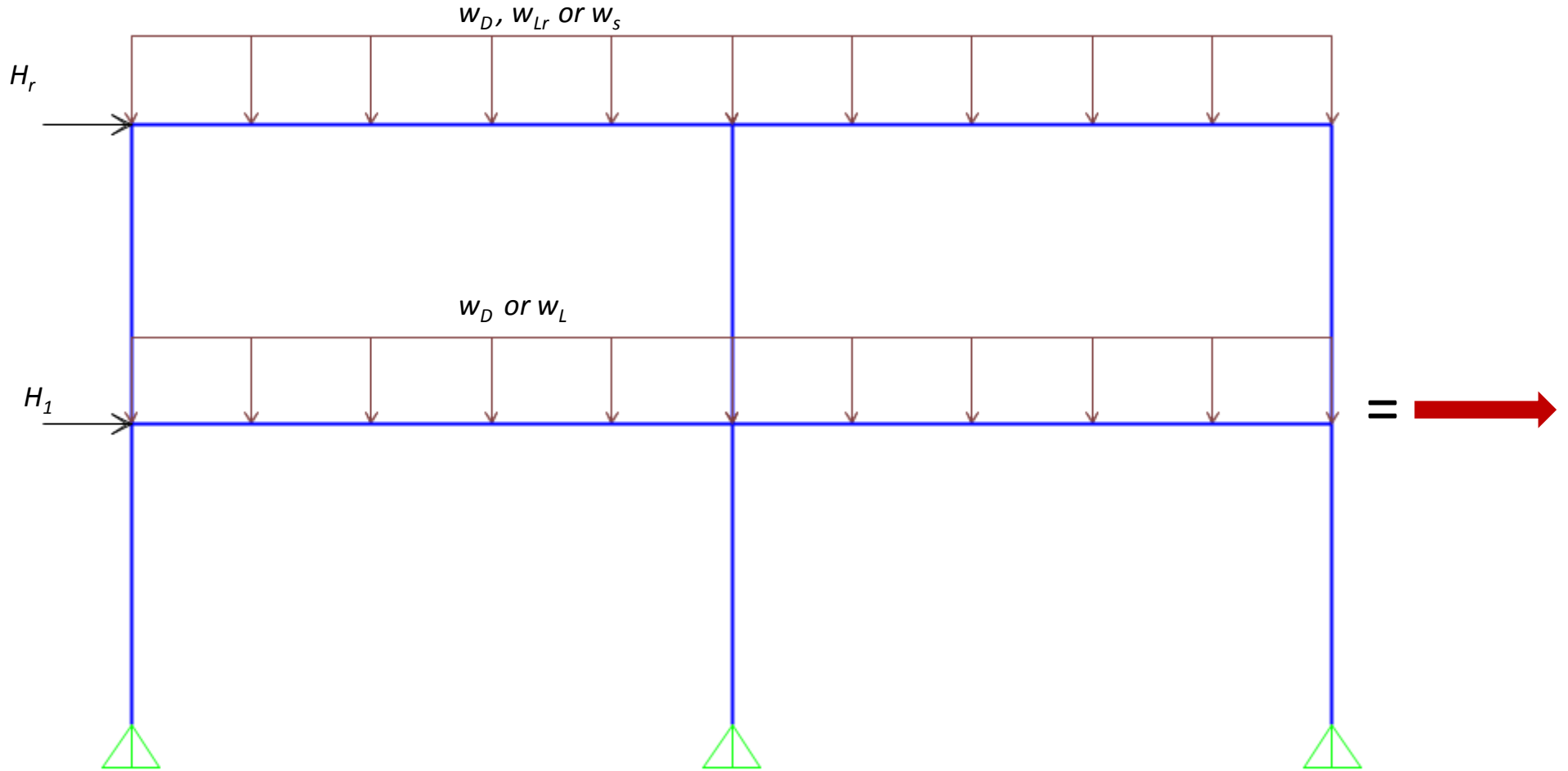
Δ_H = first-order interstory *drift*, in the direction of translation being considered, due to lateral forces, in. (mm), computed using the *stiffness* required to be used in the analysis (stiffness reduced as provided in Section C2.3 when the *direct analysis method* is used). Where Δ_H varies over the plan area of the structure, it shall be the average drift weighted in proportion to vertical load or, alternatively, the maximum drift.

H = story shear, in the direction of translation being considered, produced by the lateral forces used to compute Δ_H , kips (N)

User Note: H and Δ_H in Equation A-8-7 may be based on any lateral loading that provides a representative value of story lateral stiffness, H/Δ_H .

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

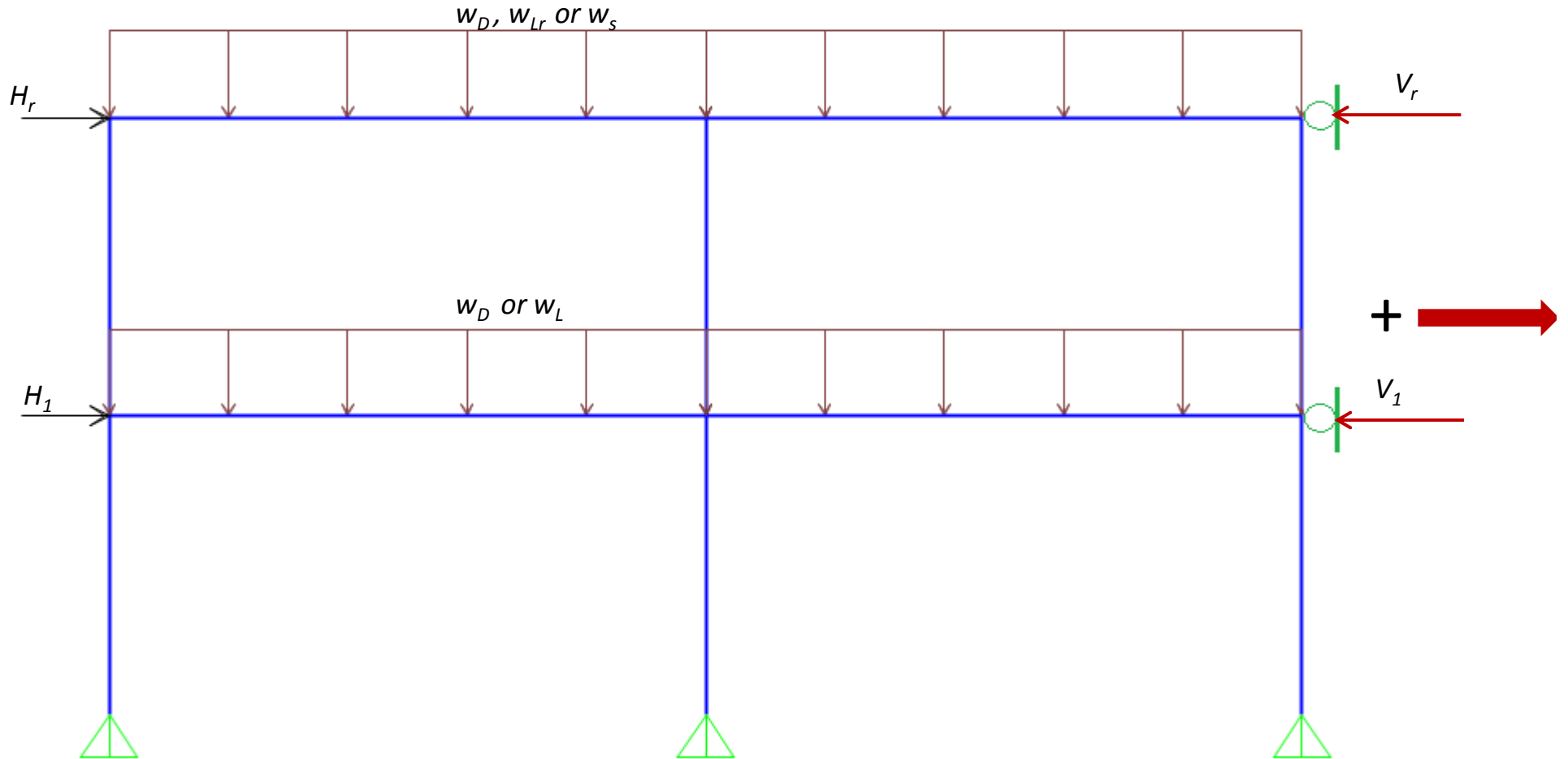
Moment Çerçeve Elemanlarının Tasarımı



Şekil 6. Düşey ve yatay yükler etkisindeki moment çerçevesi

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

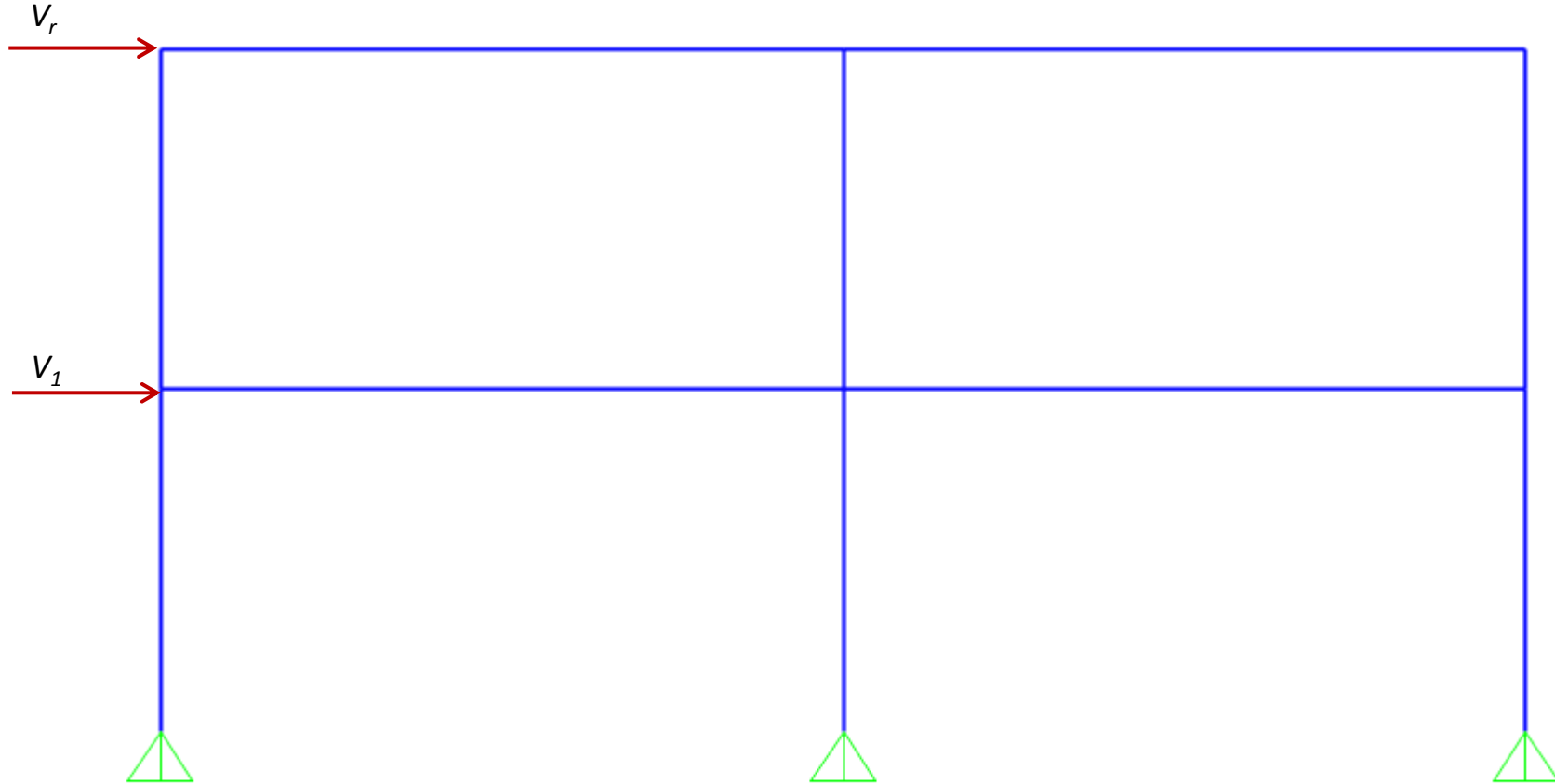
Moment Çerçeve Elemanlarının Tasarımı



Şekil 7. P_{nt} ve M_{nt} 'yi elde etmek için yanal öteleme yapmayan çerçeve (M_{nt} , B_1 ile arttırılacak)

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

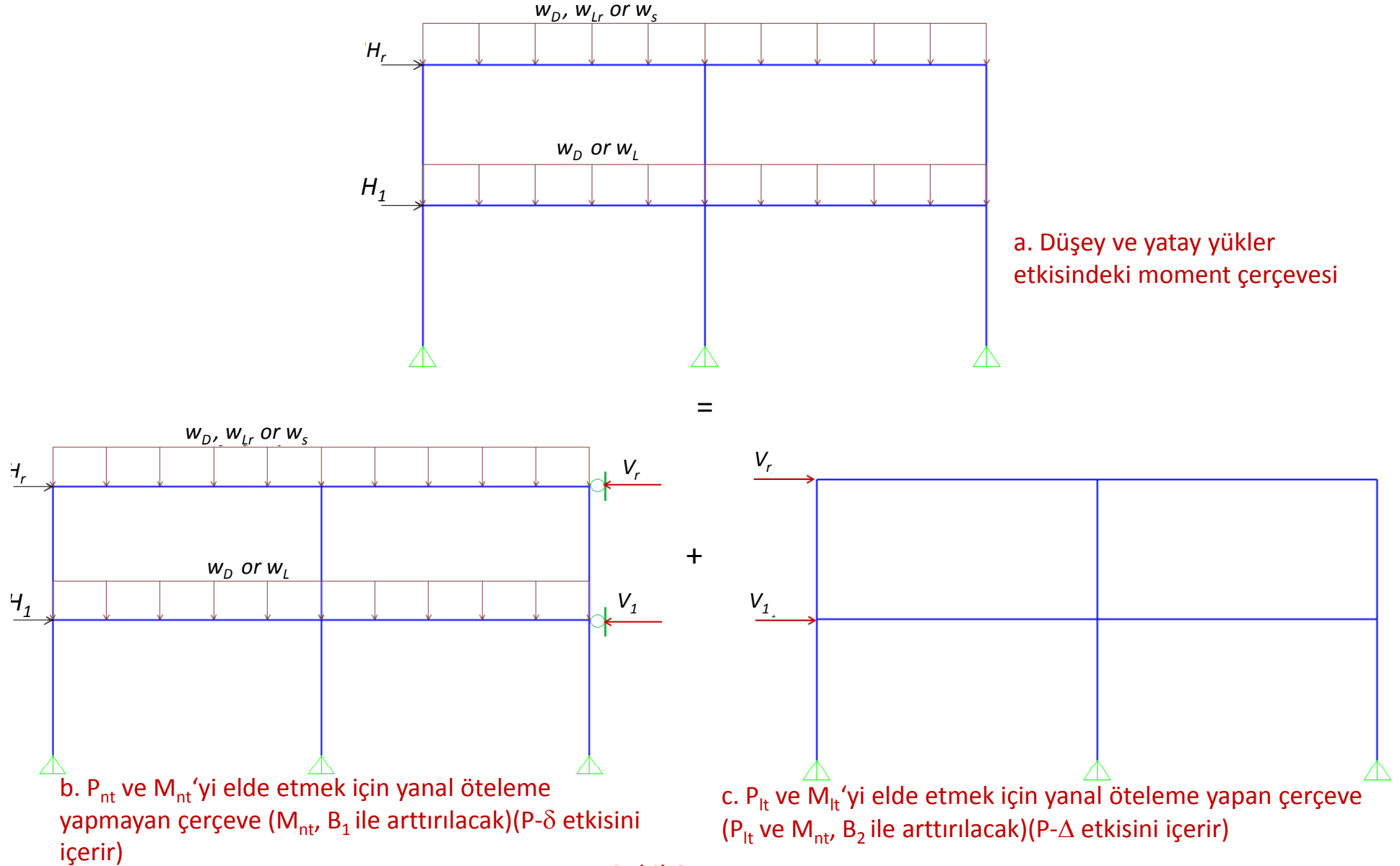
Moment Çerçeve Elemanlarının Tasarımı



Şekil 8. P_{lt} ve M_{lt} 'yi elde etmek için yanal öteleme yapan çerçeve (P_{lt} ve M_{nt} , B_2 ile arttırılacak)

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

Özet: Moment Çerçeve Elamanlarının Tasarımı

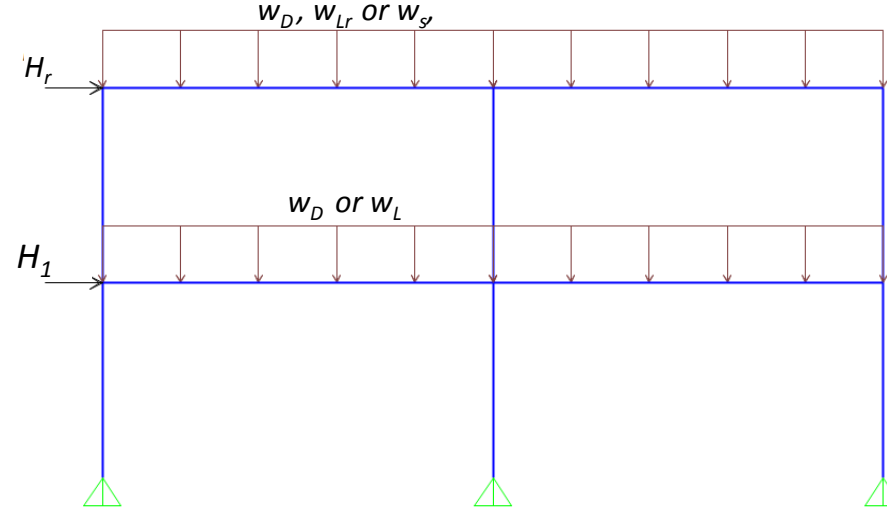


Şekil 9.

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

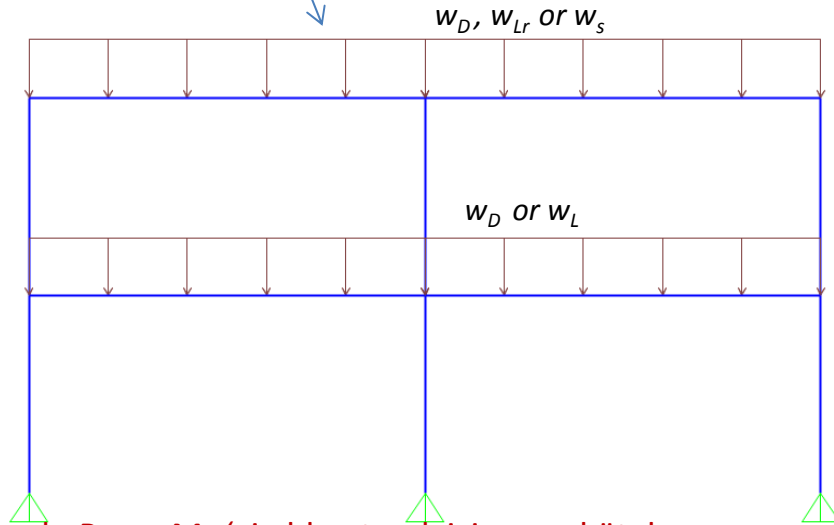
Özet: Moment Çerçeve Elamanlarının Tasarımı (alternatif yaklaşım)

Düşey yüklerin yanıl deformasyona yol açmayacağını kabul edelim. Bu kabule göre, çerçeve, düşey yükler altında yanıl öteleme yapmayan bir çerçeve gibi davranır, çünkü herhangi bir yanıl deformasyon oluşmamaktadır.



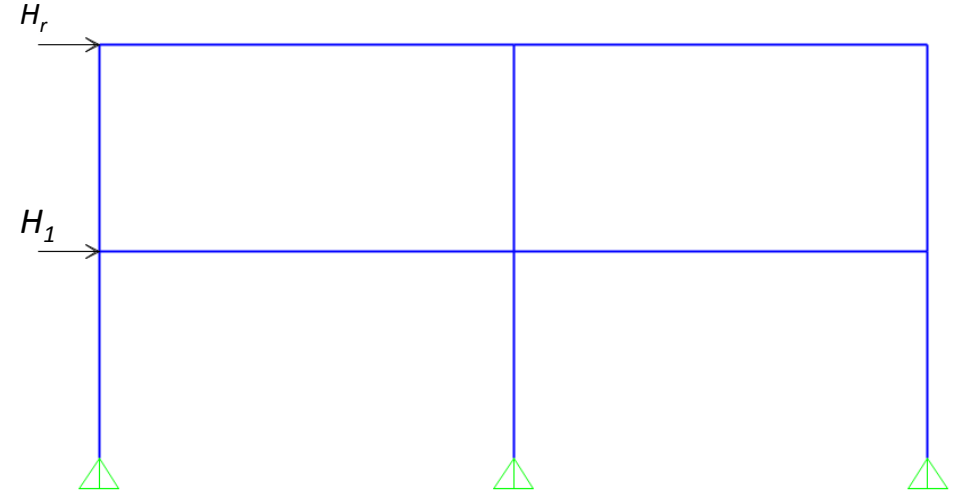
a. Düşey ve yatay yükler etkisindeki moment çerçevesi

=



b. P_{nt} ve M_{nt} 'yi elde etmek için yanıl öteleme yapmayan çerçeve (M_{nt} , B_1 ile arttırılacak)(P- δ etkisini içerir)

+



c. P_{lt} ve M_{lt} 'yi elde etmek için yanıl öteleme yapan çerçeve (P_{lt} ve M_{nt} , B_2 ile arttırılacak)(P- Δ etkisini içerir)

Şekil 10.

Moment Büyütmesi Yöntemi ile Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi

Moment Çerçeve Elamanlarının Tasarımı

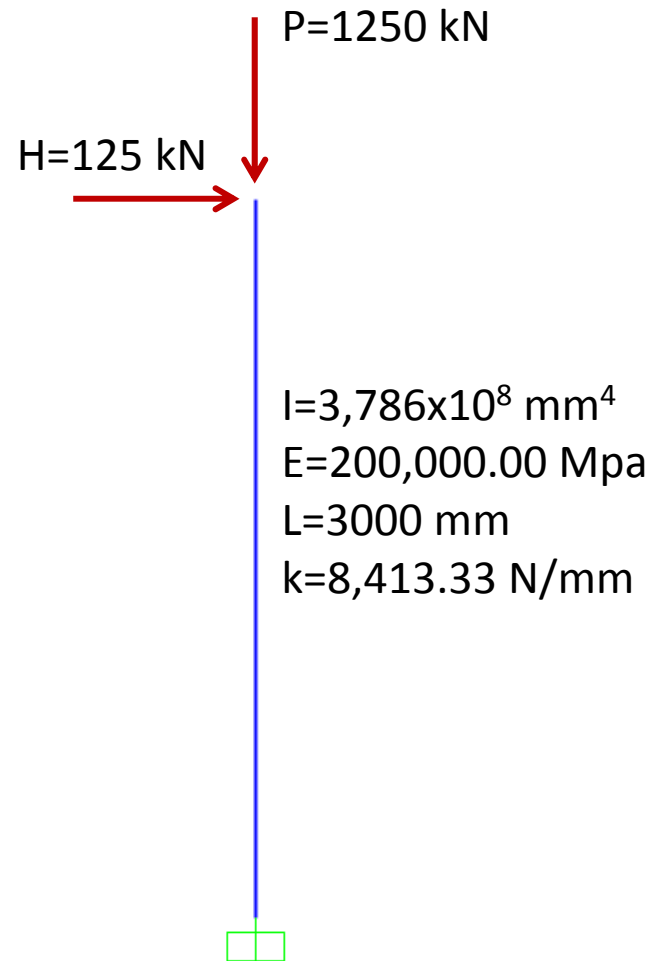
$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (\text{A-8-1})$$

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} \quad (\text{A-8-2})$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha P_r / P_{e1}} \geq 1 \quad (\text{A-8-3})$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{story}}{R_M \frac{HL}{\Delta_H}}} \geq 1 \quad (\text{A-8-6}) - 2$$

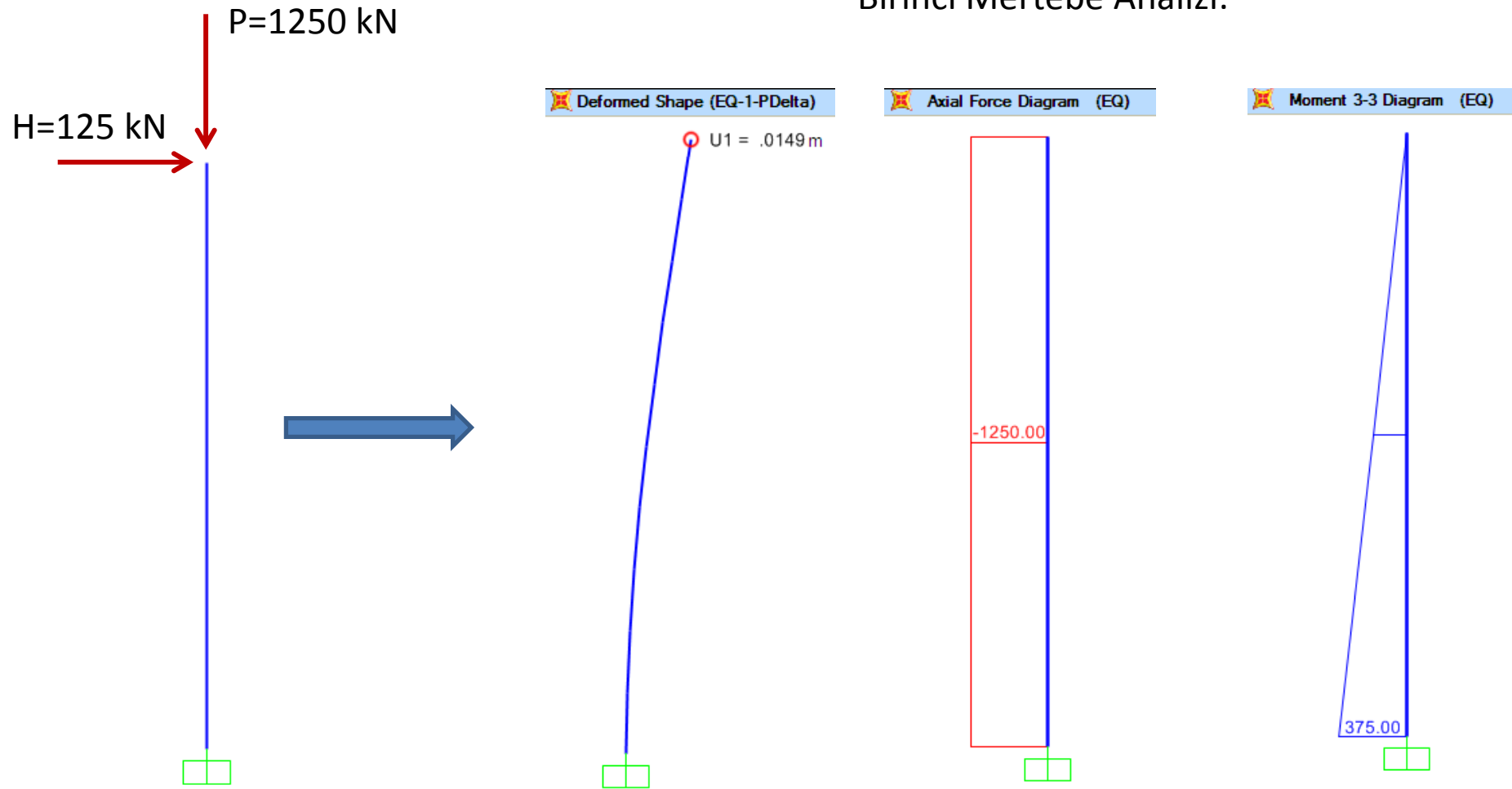
Örnek



İstenen: İkinci mertebe etkilerinin bulunması.

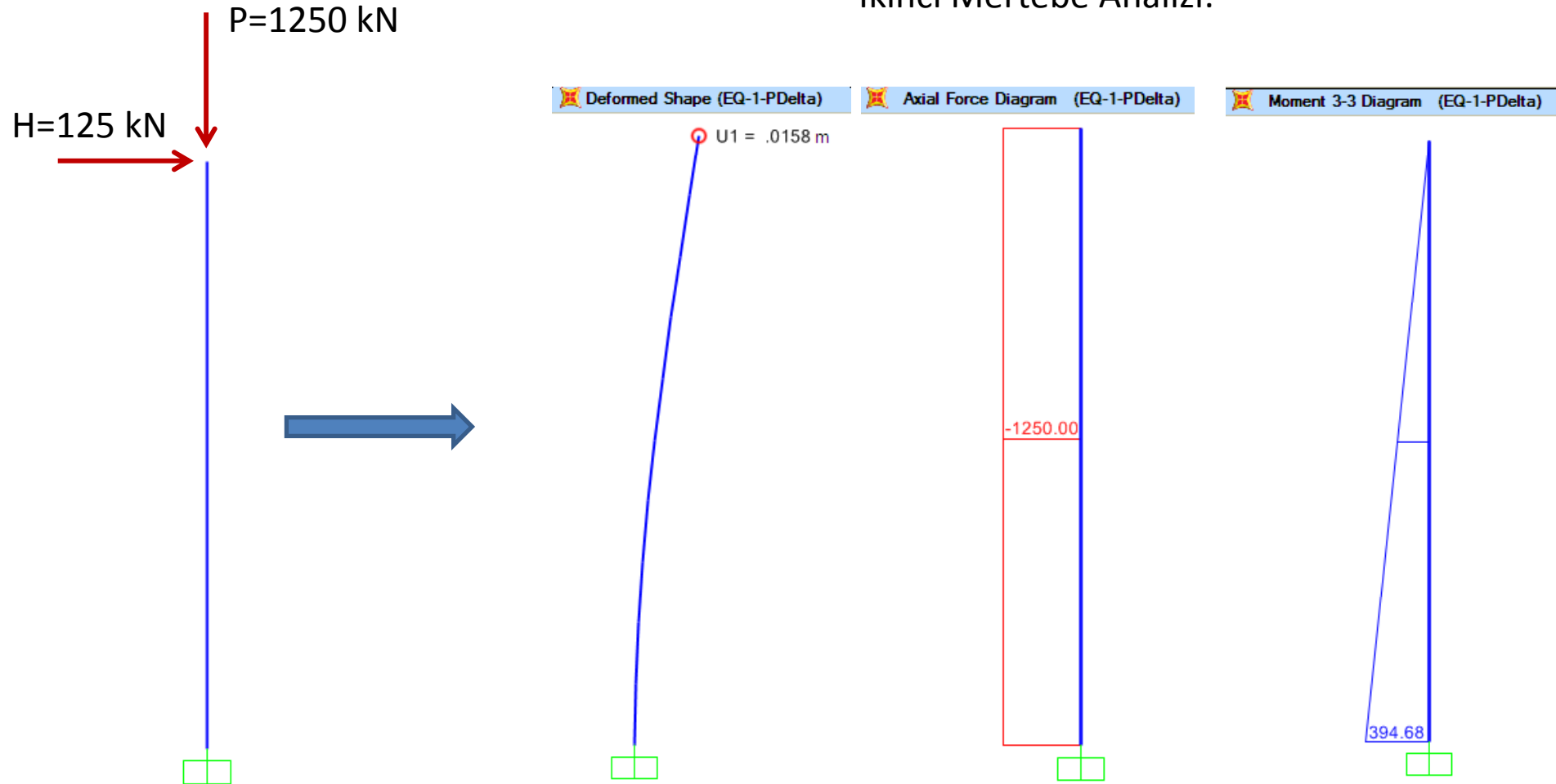
Çözüm

Birinci Mertebe Analizi:



Çözüm

İkinci Mertebe Analizi:

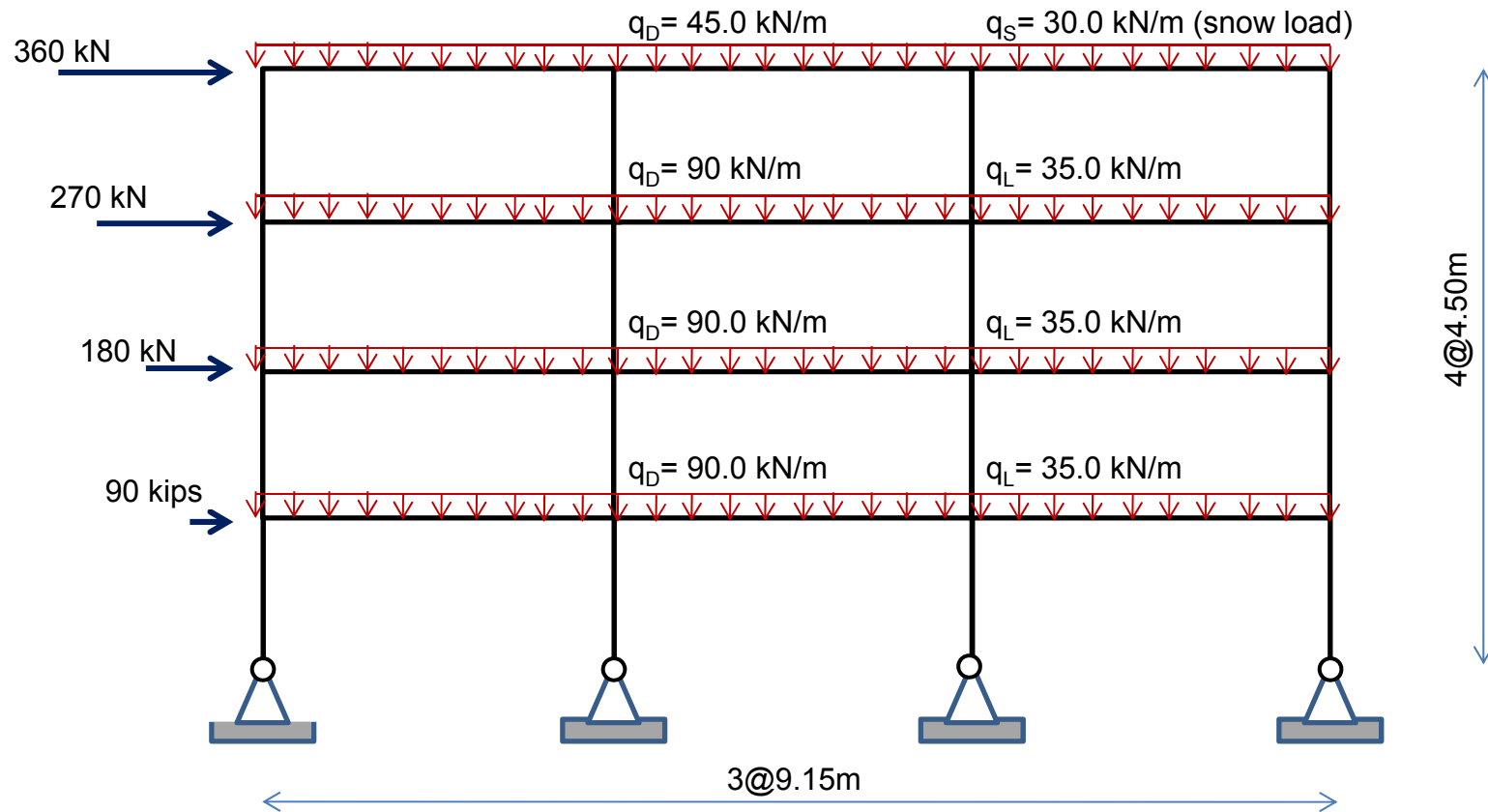


Örnek

Verilen:

3 açıklıklı 4 katlı bir moment çerçevesine etki eden düşey ve yatay yükler şekilde verilmiştir. (Not: düşey yükler yaslanan kolonlardan gelen yükleri de içermektedir.)

İstenen: Birinci kat kolonları için B_2 moment büyütme katsayısını bulunuz.



Solution

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{story}}{R_M \frac{HL}{\Delta_H}}} \geq 1$$

$$\alpha = 1.00 \text{ (LRFD)}; \alpha = 1.60 \text{ (ASD)}$$

$$R_M = 0.85$$

$$\frac{\Delta_H}{L} = \frac{1}{400} \quad (\text{R}=8 \text{ için kabul edilen birinci merteye etkin görelî kat ötelemesi})$$

$$H = 360^{\text{kN}} + 270^{\text{kN}} + 180^{\text{kN}} + 90^{\text{kN}} = 900^{\text{kN}}$$

Solution

Uygun yük kombinasyonunu kullanarak P_{story} 'yi hesaplayalım (düşey deprem etkisini ihmal edelim):

LRFD →
$$\begin{array}{l} 1.2D + 1.0E + L + 0.2S \\ 0.9D + 1.0E \end{array}$$
 ← B_2 'nin hesabında kiritik değil

$$1.2D = 1.2[45.0 \text{ kN/m} + 90.0 \text{ kN/m} + 90.0 \text{ kN/m} + 90.0 \text{ kN/m}] \times 27.45 \text{ m} = 10,376.1 \text{ kN}$$

$$L = [35.0 \text{ kN/m} + 35.0 \text{ kN/m} + 35.0 \text{ kN/m}] \times 27.45 \text{ m} = 2,882.3 \text{ kN}$$

$$0.2S = 0.2[30.0 \text{ kN/m}] \times 27.45 \text{ m} = 164.7 \text{ kN}$$

$$P_{\text{story}} = 10,376.1 \text{ kN} + 2,882.3 \text{ kN} + 164.7 \text{ kN} = 13,423.1 \text{ kN}$$

ASD →
$$\begin{array}{l} D + 0.7E \\ 0.6D + 0.7E \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} D + 0.7E \\ 0.6D + 0.7E \end{array}} \right\} \leftarrow B_2 \text{'nin hesabında kiritik değil}$$
$$D + 0.75L + 0.75(0.7E) + 0.75S$$

$$D = [45.0 \text{ kN/m} + 90.0 \text{ kN/m} + 90.0 \text{ kN/m} + 90.0 \text{ kN/m}] \times 27.45 \text{ m} = 8,646.8 \text{ kN}$$

$$0.75L = 0.75[35.0 \text{ kN/m} + 35.0 \text{ kN/m} + 35.0 \text{ kN/m}] \times 27.45 \text{ m} = 2,161.7 \text{ kN}$$

$$0.75S = 0.75[30.0 \text{ kN/m}] \times 27.45 \text{ m} = 617.6 \text{ kN}$$

$$P_{\text{story}} = 8,646.8 \text{ kN} + 2,161.7 \text{ kN} + 617.6 \text{ kN} = 11,426.1 \text{ kN}$$

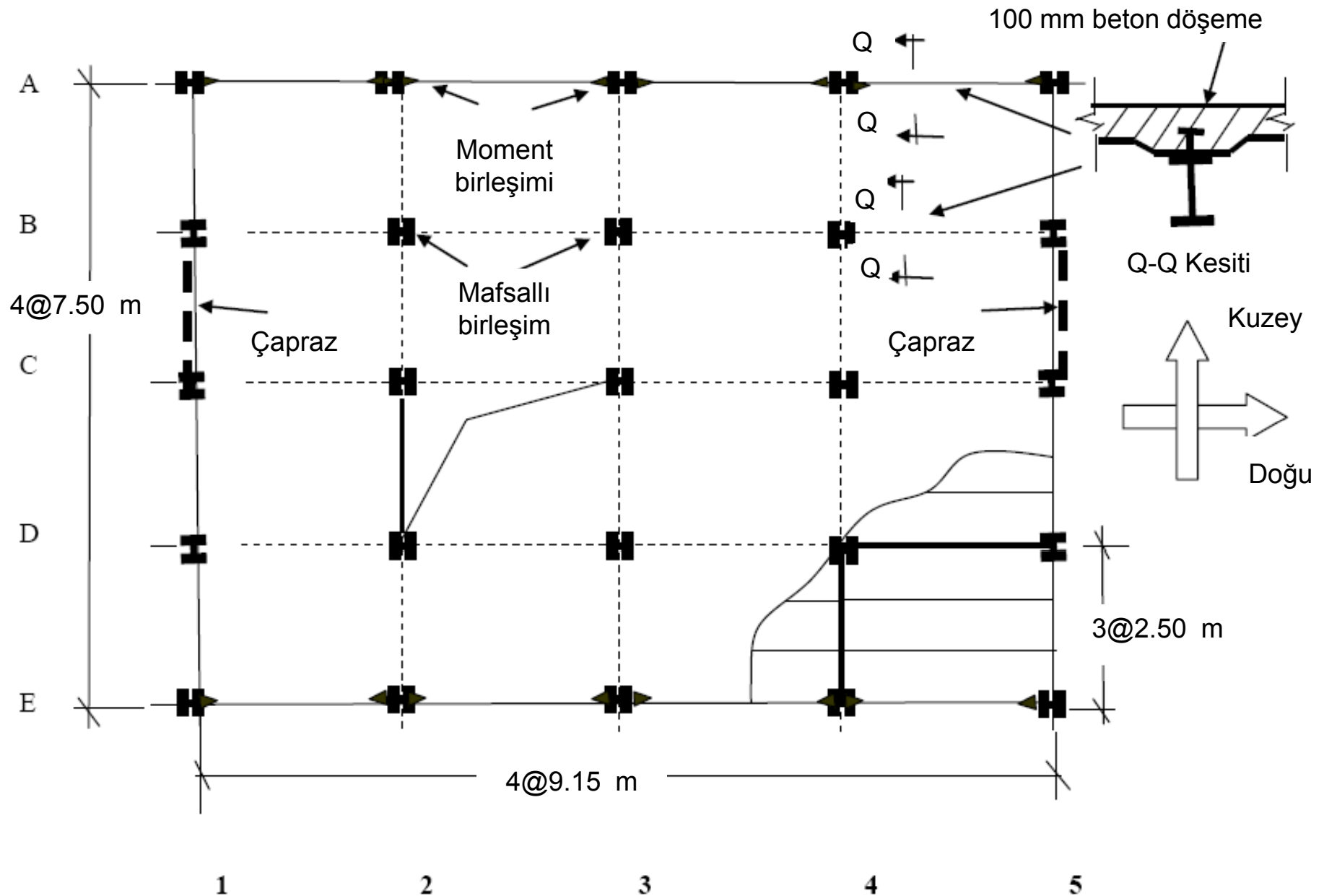
Solution

LRFD →
$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1.0(13,423.1^{kN})}{0.85 \frac{900(400)}{1}}} = 1.05 < 1.5 \quad O.K.$$

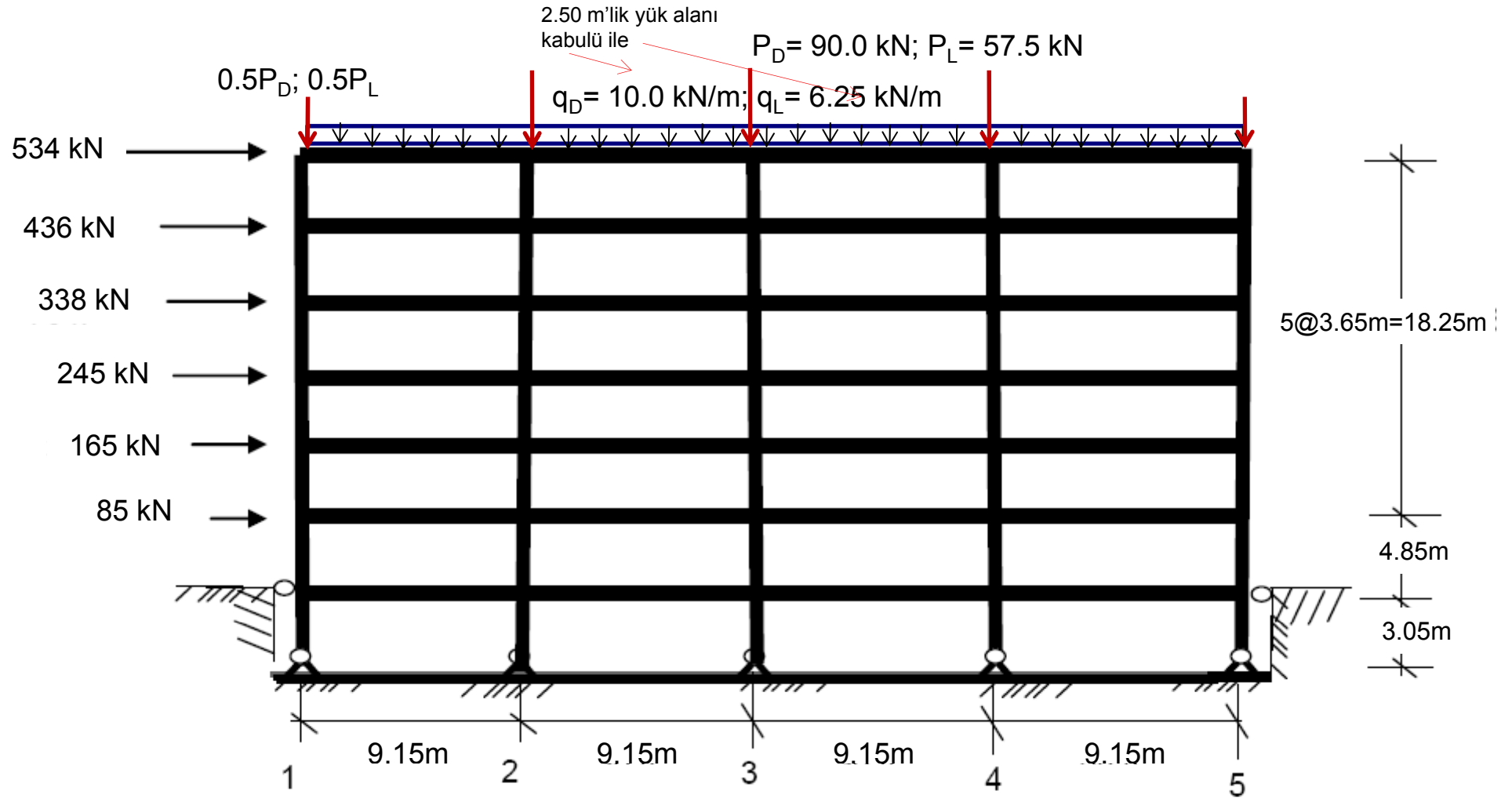
ASD →
$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1.6(11,426.1^{kN})}{0.85 \frac{900(400)}{1}}} = 1.06 < 1.5 \quad O.K.$$

*Not: $B_2 > 1.5$
olması durumunda doğrudan
analiz yönteminin kullanılması
gerekir.*

10. *Journal of the American Medical Association*, 2000; 283: 2686-2692.

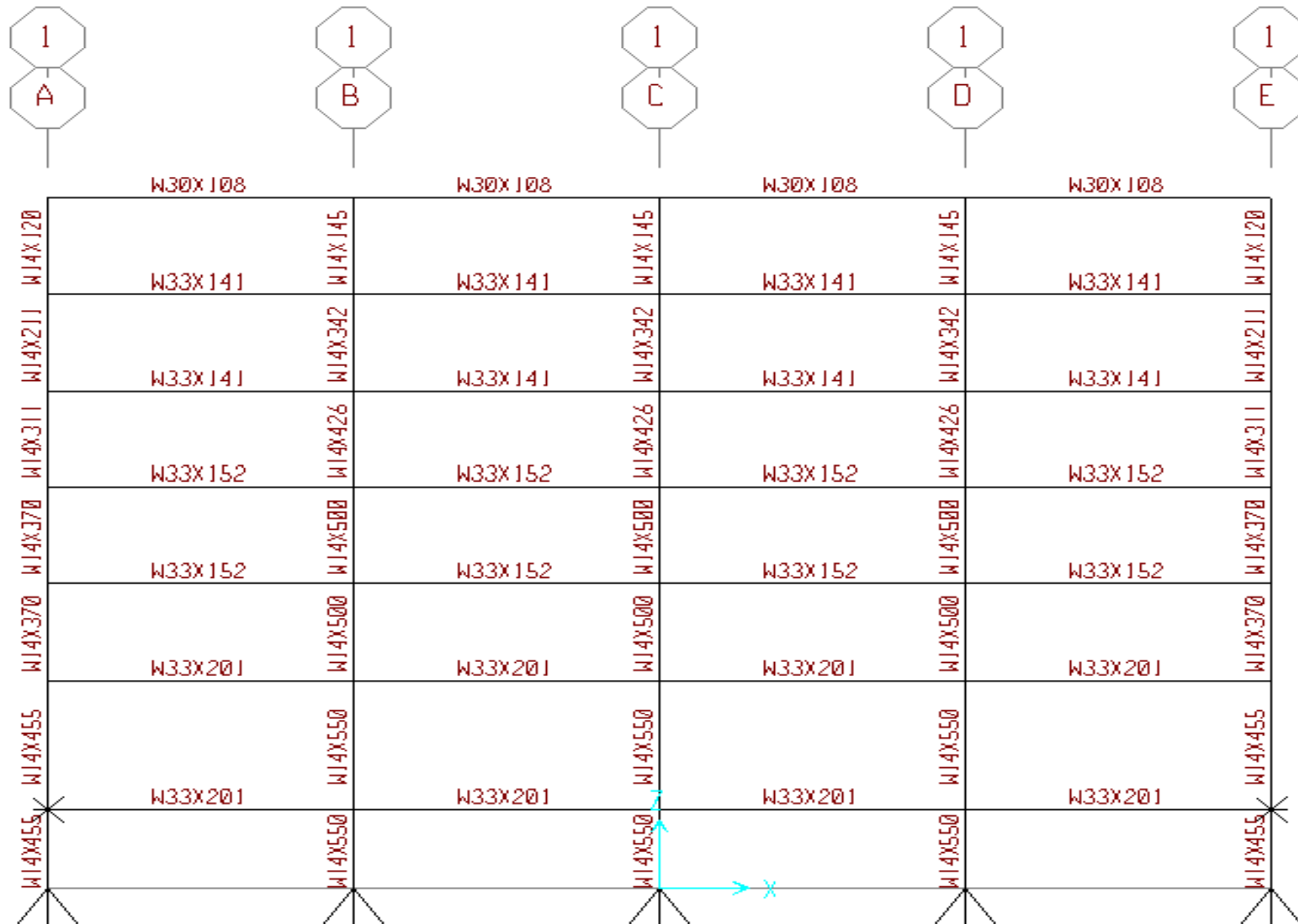


Örnek: 6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı



6-Katlı Moment Çerçevesine Etkiyen Deprem Kuvvetleri ve Düşey Yükler

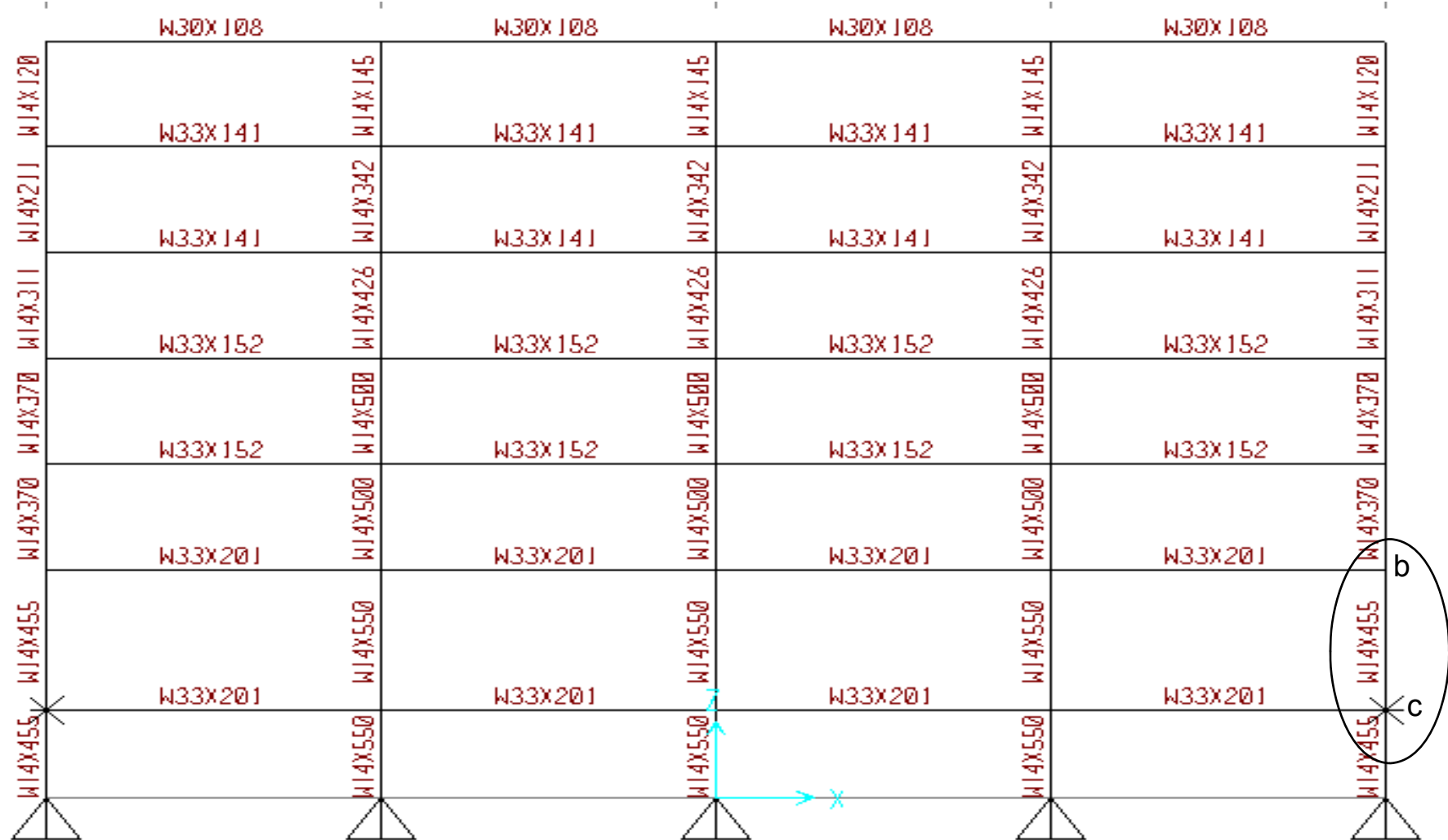
6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı



6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi:

1.Kat dış kolonu kontrol edilecektir.



6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

1.Kat dış kolonu kontrol edilecektir.

$$L=4.85\text{m}; M_{nt}= 50.17 \text{ kNm}; P_{nt}= 876.66 \text{ kN}; M_{lt}= 784.73 \text{ kNm}; P_{lt}= 718.39 \text{ kN}$$

Not: maksimum uç momenti kolon alt ucunda oluşuyor

$$\Delta_H=d_1-d_0= 11.12 - 0.00 = 11.12 \text{ mm (Tablo 4, elastik deplasman)}$$

$H= 1803 \text{ kN}$ (toplam kat kesme kuvveti)

$$P_{\text{story}}= \underbrace{(G + Q)}_{6.50 \text{ kN/m}^2} (36.60\text{m})(30.00\text{m}/2)(6)=21,411.00 \text{ kN}$$

(1.kat kolonlarındaki toplam eksenel yük, sadece düşey yük taşıyan çerçevelerin yükleri de dahil)

$$R_M= 0.85$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{\text{story}}}{R_M \frac{HL}{\Delta_H}}} = \frac{1}{1 - \frac{1.60 (21,411)}{0.85 \frac{(1803) (4.85)}{(0.01112)}}} = 1.054 < 1.2 \rightarrow K_x=1.0 \text{ alınabilir.}$$

$$\alpha = 1.60 \text{ (ASD)}$$

6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Büyütülmüş Gerekli Tasarım Dayanımı:

$$P_r = P_a = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 876.66 + 1.054 (718.39) = 1633.84 \text{ kN}$$

$$M_r = M_a = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = 1.0 (50.17) + 1.054 (784.73) = 877.27 \text{ kNm}$$

$$B_1 = 1.0$$

$$W14x455 : I_x = 2990 \times 10^6 \text{ mm}^4, r_x = 186 \text{ mm}, r_y = 111 \text{ mm}, A_g = 86,300 \text{ mm}^2, \\ Z_x = 15,300 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$W14x370 : I_x = 2260 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$W33x201 : I_x = 4790 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$G = (\sum I/L)_{\text{kolon}} / (\sum I/L)_{\text{kiriş}} \rightarrow G_b = 2.36; G_c = 3.05$$

$$\rightarrow K_x = 1.75 \text{ (TS 648, çizelge 5)}$$

$$\rightarrow K_y = 1.0 \text{ (moment çerçevesine dik doğrultuda çaprazlı çerçeve)}$$

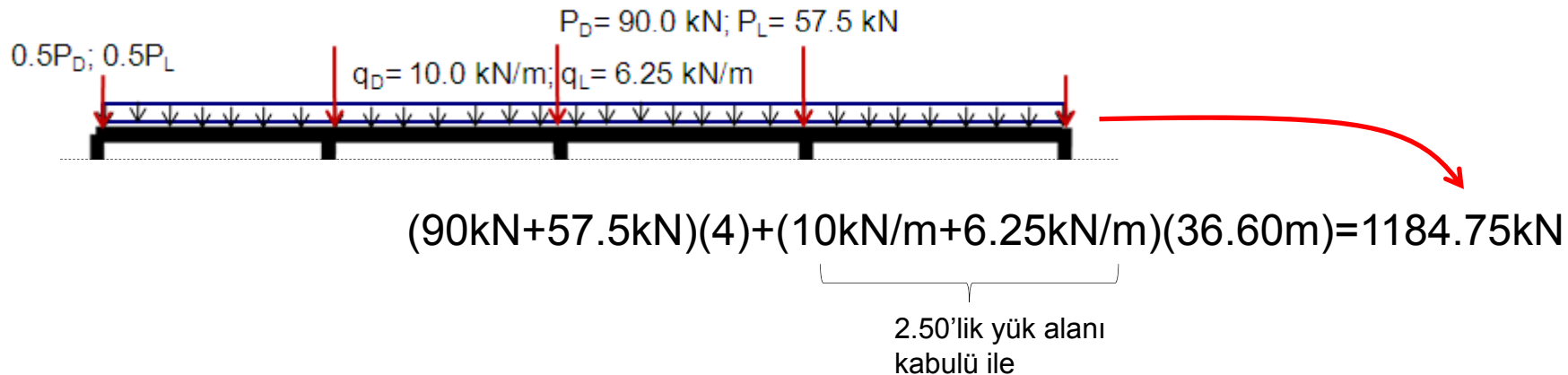
6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Yaslanan Kolonların Etkisi:

$$K_x^* = K_x \sqrt{1 + \frac{P_{\text{leaning}}}{P_{\text{stability}}}} = 1.75 \sqrt{1 + \frac{2,383.75^{\text{kN}}}{1,184.75^{\text{kN}}}} = 1.75 \times 1.74 = 3.05 \quad (\text{Yura's Approach, 1971})$$

The column should be checked against stability for P_r with an effective length factor of K_x^*

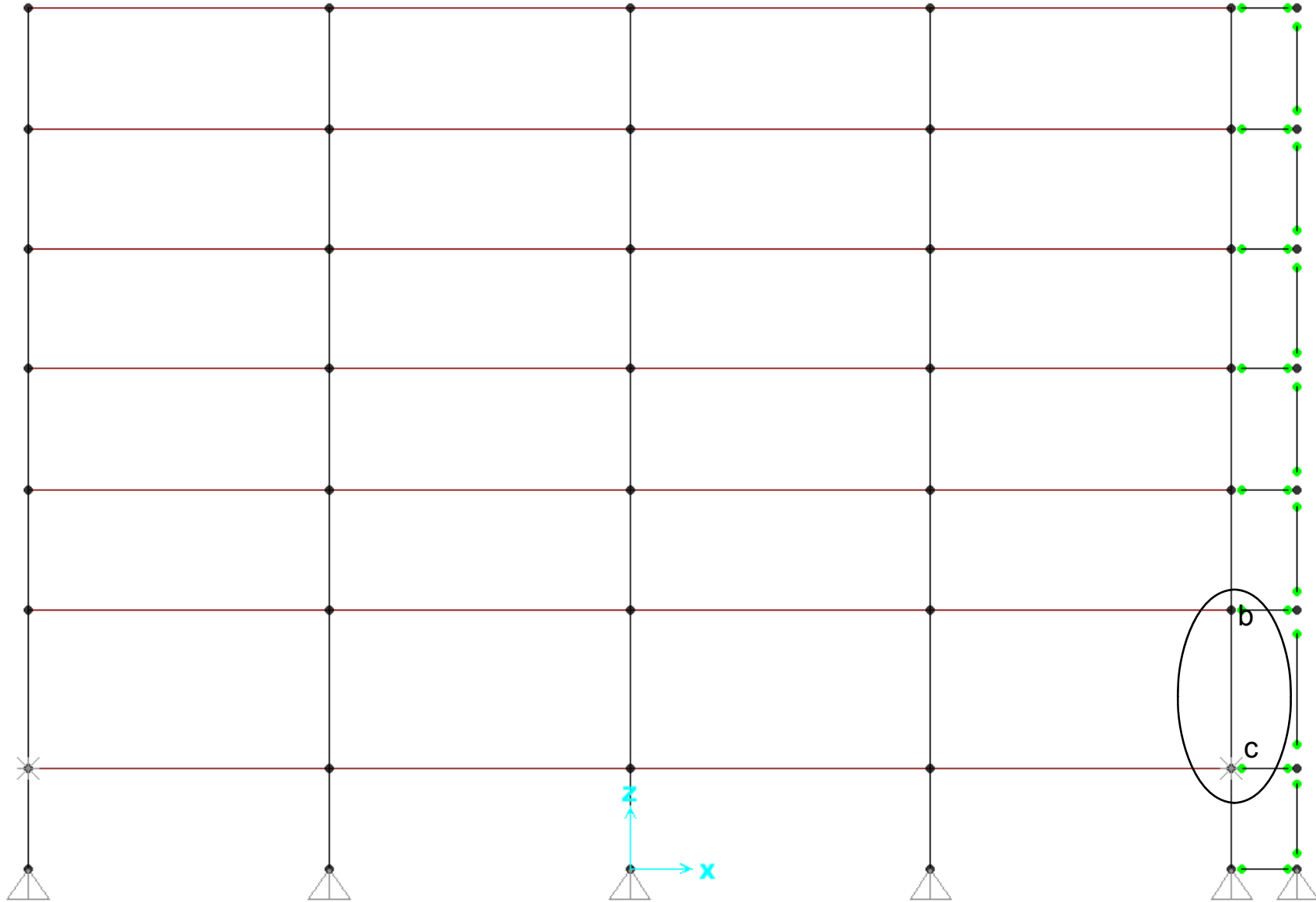
$$P_{\text{story}} = \underbrace{(G + Q)}_{6.50 \text{ kN/m}^2} (36.60\text{m})(30.00\text{m}/2) = 3,568.50 \text{ kN} \quad (1.\text{kat kolonlarındaki toplam aksenal yük})$$



$$P_{\text{leaningcolumn}} = 3,568.50\text{kN} - 1184.75\text{kN} = 2,383.75 \text{ kN} \quad (\text{bir kattaki leaning kolona gelen aksenal yük})$$

6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

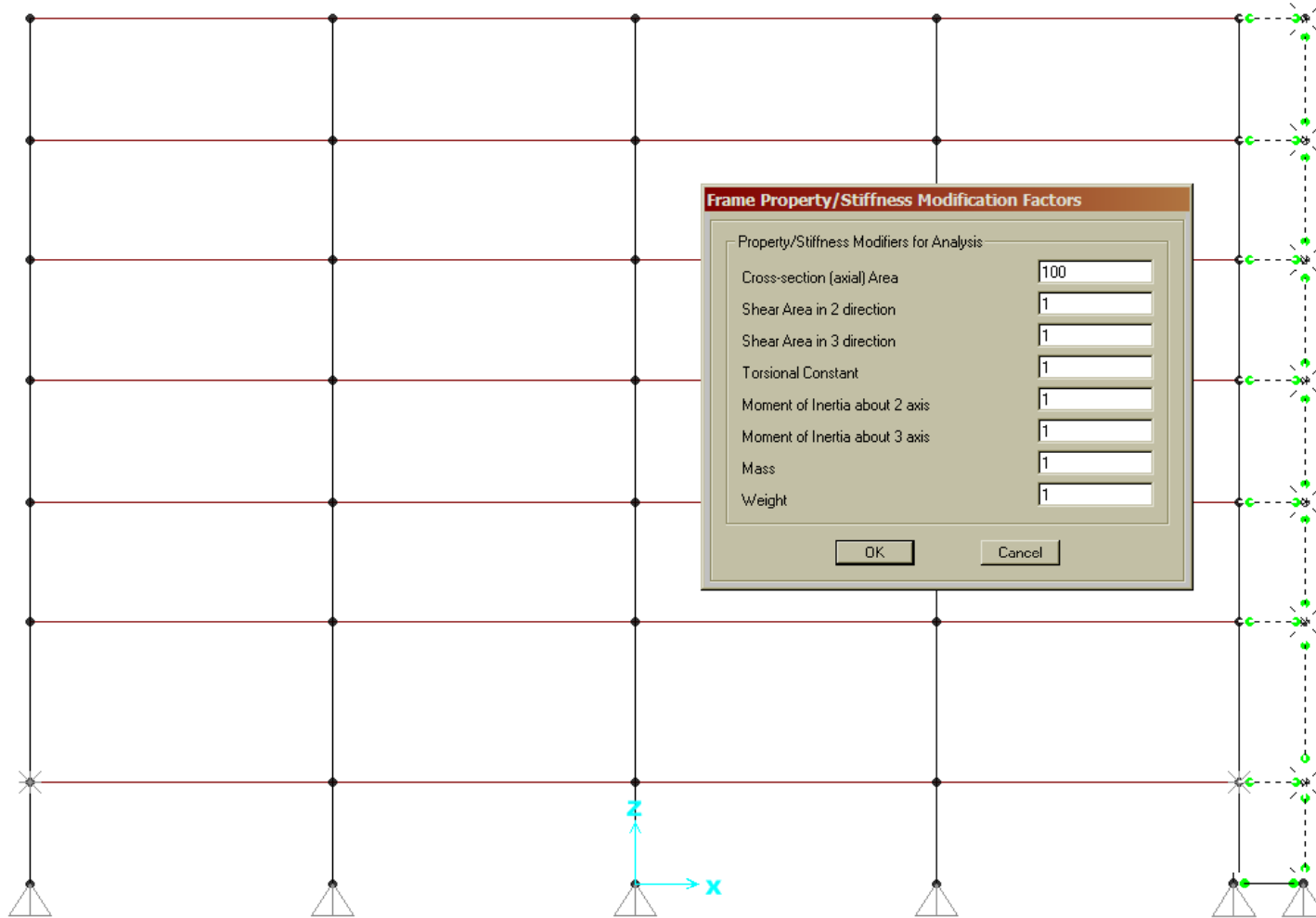
Doğrudan Analiz Yöntemi:



6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Doğrudan Analiz Yöntemi:

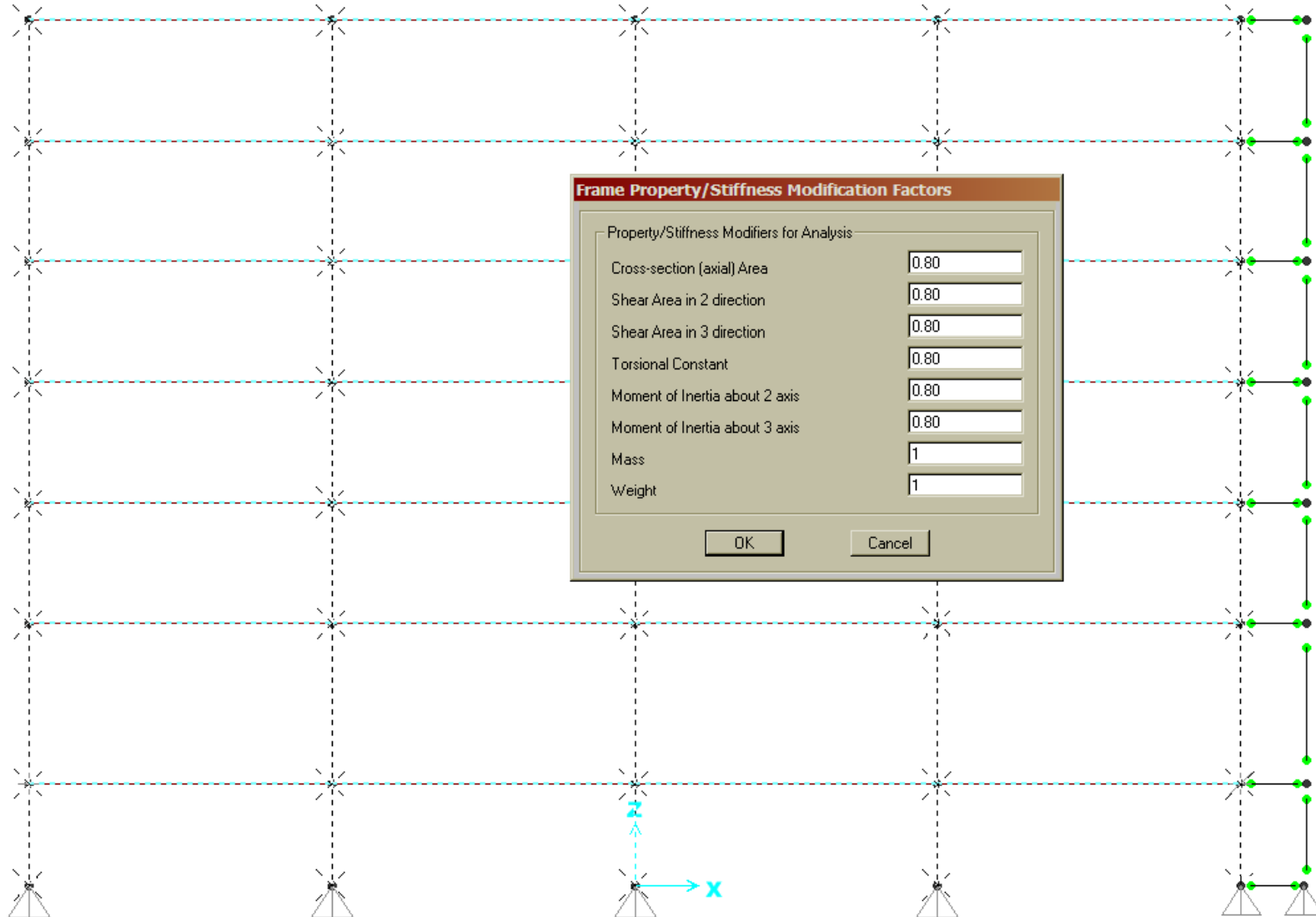
1.Kat dış kolonu kontrol edilecektir.



6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Doğrudan Analiz Yöntemi:

1.Kat dış kolonu kontrol edilecektir.



6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Doğrudan Analiz Yöntemi:

1.Kat dış kolonu kontrol edilecektir.

Load Case Data - Nonlinear Static

Load Case Name: DEAD-LIVE Set Def Name Modify/Show...

Load Case Type: Static Design...

Initial Conditions:
☒ Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State
☐ Continue from State at End of Nonlinear Case []
Important Note: Loads from this previous case are included in the current case

Analysis Type:
☐ Linear
☒ Nonlinear
☐ Nonlinear Staged Construction

Modal Load Case:
All Modal Loads Applied Use Modes from Case: MODAL

Loads Applied

Load Type	Load Name	Scale Factor
Load Pattern	DEAD	1.
Load Pattern	DEAD	1.
Load Pattern	Live	1.

Add Modify Delete

Other Parameters:
Load Application: Full Load Modify/Show...
Results Saved: Final State Only Modify/Show...
Nonlinear Parameters: Default Modify/Show...

OK Cancel

Load Case Data - Nonlinear Static

Load Case Name: EQ-Nonlinear-PDelta Set Def Name Modify/Show...

Load Case Type: Static Design...

Initial Conditions:
☐ Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State
☒ Continue from State at End of Nonlinear Case DEAD-LIVE
Important Note: Loads from this previous case are included in the current case

Analysis Type:
☐ Linear
☒ Nonlinear
☐ Nonlinear Staged Construction

Modal Load Case:
All Modal Loads Applied Use Modes from Case: MODAL

Loads Applied

Load Type	Load Name	Scale Factor
Load Pattern	Quake	1.
Load Pattern	Quake	1.

Add Modify Delete

Other Parameters:
Load Application: Full Load Modify/Show...
Results Saved: Final State Only Modify/Show...
Nonlinear Parameters: Default Modify/Show...

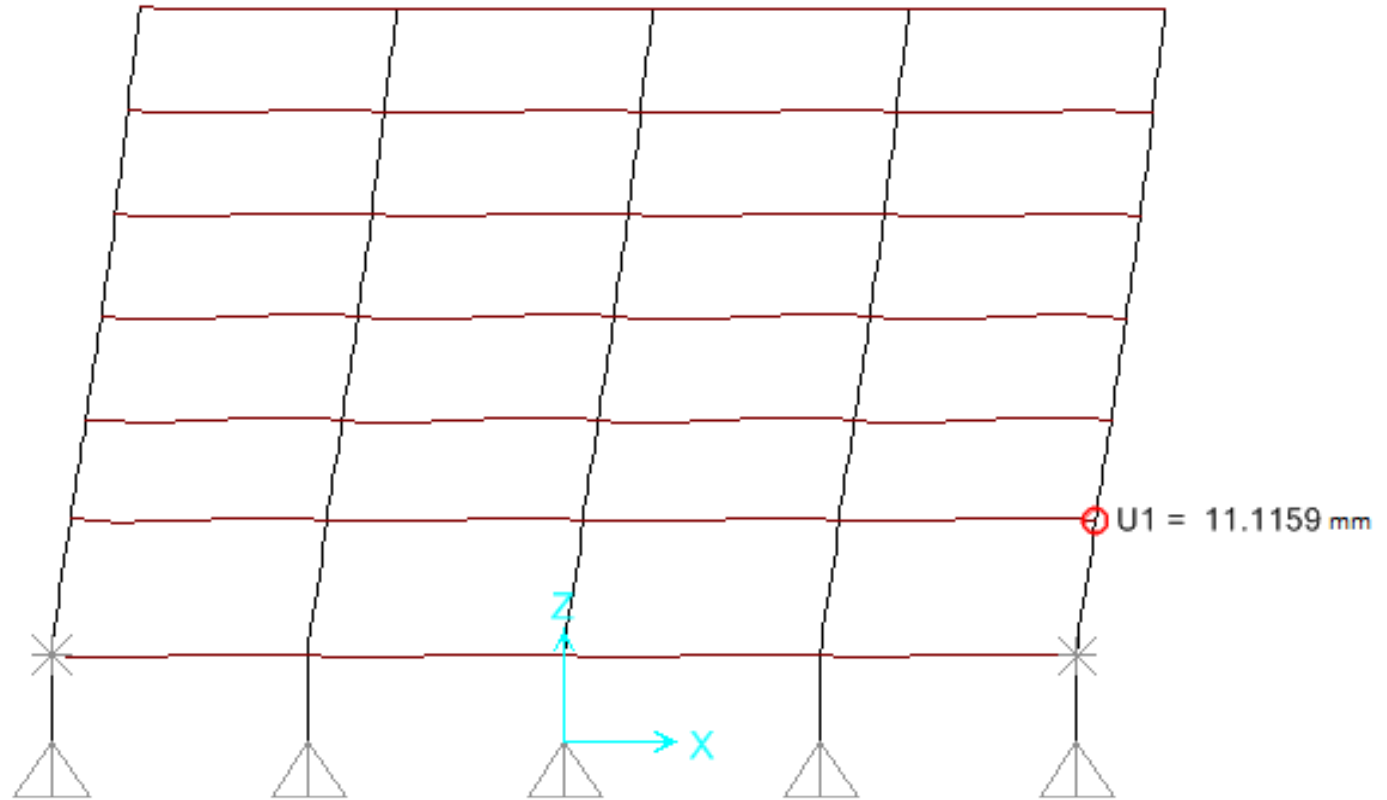
OK Cancel

6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Doğrudan Analiz Yöntemi:

P-Delta kolonları (leaning kolonlar) olmadan

*Sadece deprem yükleri
altında*

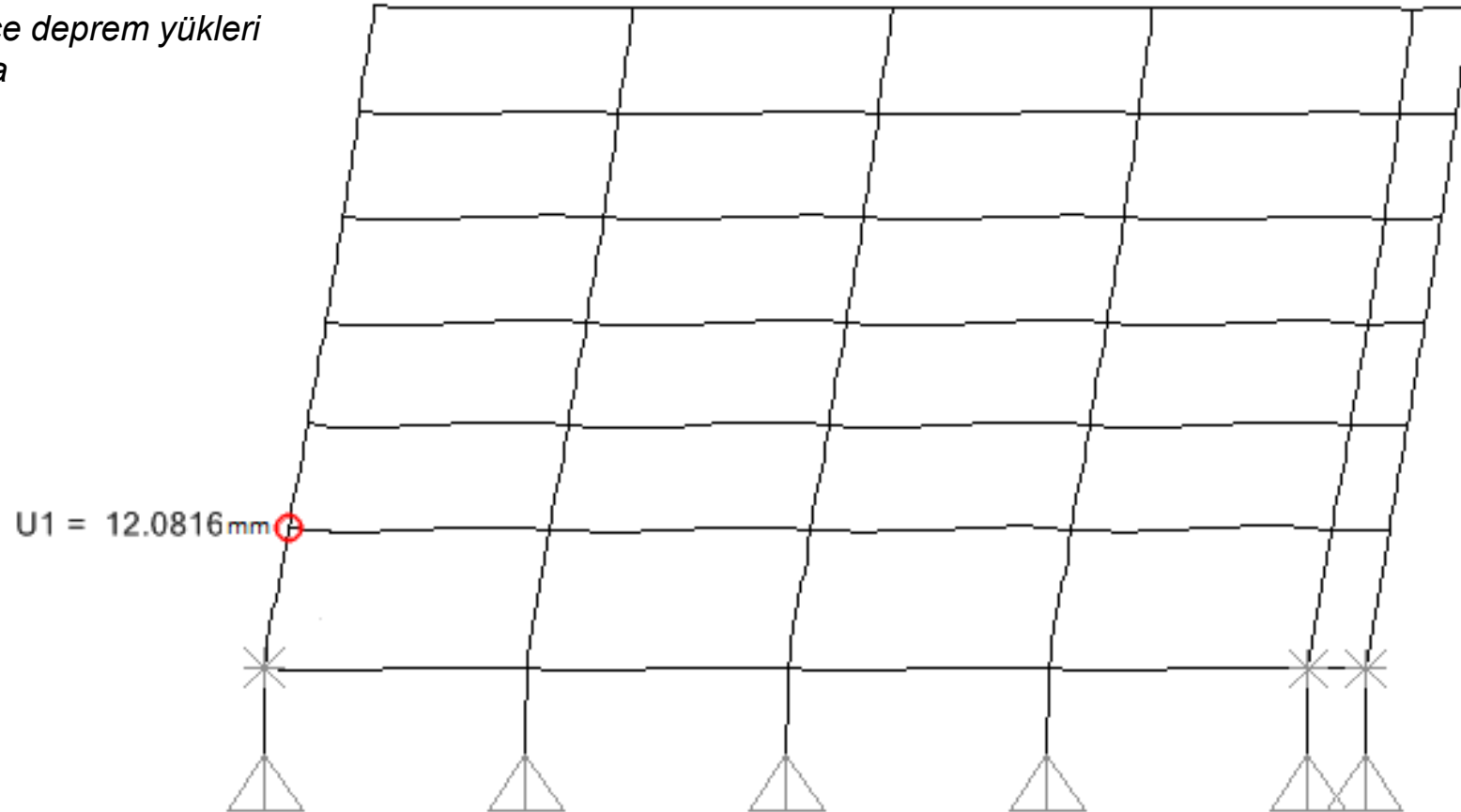


6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Doğrudan Analiz Yöntemi:

P-Delta kolonları varken ve elaman rijitlikleri azaltılmamış

*Sadece deprem yükleri
altında*

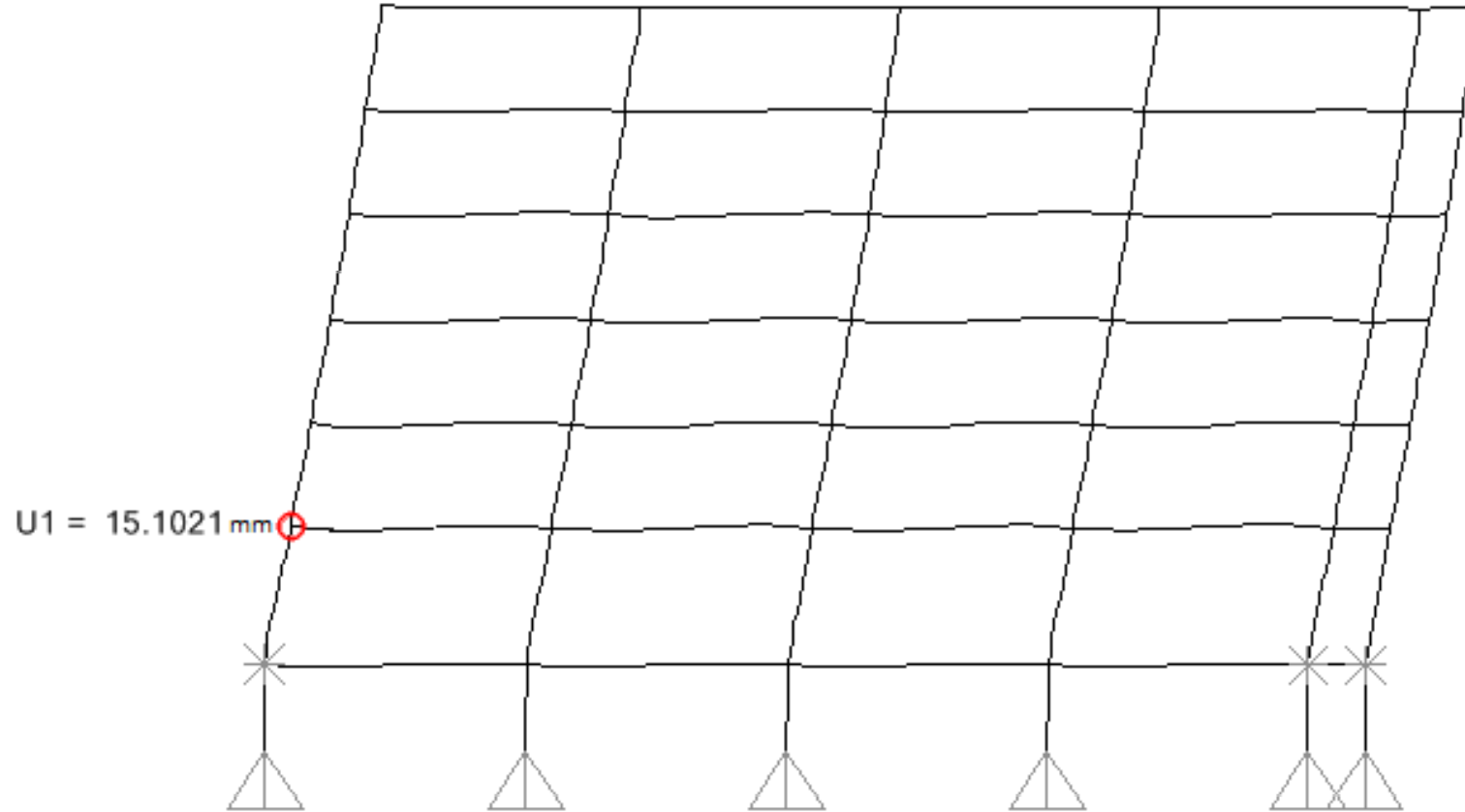


6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Doğrudan Analiz Yöntemi:

P-Delta kolonları varken ve elaman rijitlikleri 0.80 ile çarpılmış

*Sadece deprem yükleri
altında*



6-Katlı Bir Moment Çerçevesinin Sismik Tasarımı

Yaklaşık İkinci Mertebe Analizi:

$$P_r = P_a = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 876.66 + 1.054 (718.39) = 1633.84 \text{ kN}$$

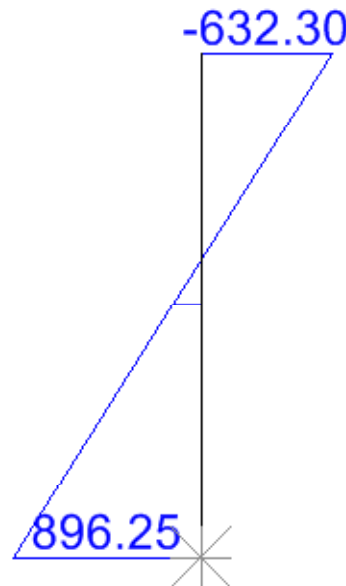
$$M_r = M_a = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = 1.0 (50.17) + 1.054 (784.73) = 877.27 \text{ kNm}$$

$$B_1 = 1.0$$

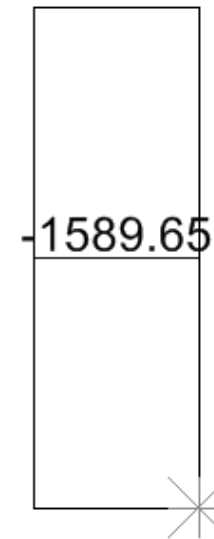
Doğrudan Analiz Yöntemi:

Not: Doğrudan analiz yöntemi ile kolon dayanımı kontrol edilirken $K=1.0$ alınır.

 Moment 3-3 Diagram (EQ-Nonlinear-PDelta)



 Axial Force Diagram (EQ-Nonlinear-PDelta)



Örnek – SAP2000 ile Fiktif Yatay Yüklerin Tanımı

SAP2000’de fiktif yatay yükler *Notional* yük tipi olarak tanımlanmalıdır.

Define Load Patterns

Load Patterns

Load Pattern Name	Type	Self Weight Multiplier	Auto Lateral Load Pattern
DEAD	DEAD	0	
DEAD	DEAD	0	
Quake	LIVE	0	None
Live	QUAKE	0	
	WIND		
	OTHER		
	More...		

Click To:

Add New Load Pattern

Modify Load Pattern

Modify Lateral Load Pattern...

Delete Load Pattern

Show Load Pattern Notes...

OK

Cancel

Define Load Patterns

Load Patterns

Load Pattern Name	Type	Self Weight Multiplier	Auto Lateral Load Pattern
DEAD	DEAD	1	
DEAD	DEAD	0	
Quake	SUPER DEAD	0	None
Live	LIVE	0	
	REDUCIBLE LIVE		
	ROOF LIVE		
	PATTERN LIVE		
	NOTIONAL		
	QUAKE		

Click To:

Add New Load Pattern

Modify Load Pattern

Modify Lateral Load Pattern...

Delete Load Pattern

Show Load Pattern Notes...

OK

Cancel

Örnek – SAP2000 ile Fiktif Yatay Yüklerin Tanımı

Define Load Patterns

Load Patterns

Load Pattern Name	Type	Self Weight Multiplier	Auto Lateral Load Pattern
Notional	NOTIONAL	0	Auto
DEAD	DEAD	0	
Quake	QUAKE	0	None
Live	LIVE	0	
Notional	NOTIONAL	0	Auto

Click To:

Add New Load Pattern

Modify Load Pattern

Modify Lateral Load Pattern...

Delete Load Pattern

Show Load Pattern Notes...

OK

Cancel

Define Load Patterns

Load Patterns

Load Pattern Name	Type
Notional	NOTI
DEAD	DEAD
Quake	QUAK
Live	LIVE
Notional	NOTI

Auto Notional Load Pattern Generation

Notional Load Pattern Value

Base Load Pattern: DEAD

Load Ratio: 2.000E-03

Notional Load Pattern Direction

☒ Global X

☐ Global Y

OK

Cancel

Click To:

Add New Load Pattern

Modify Load Pattern

Modify Lateral Load Pattern...

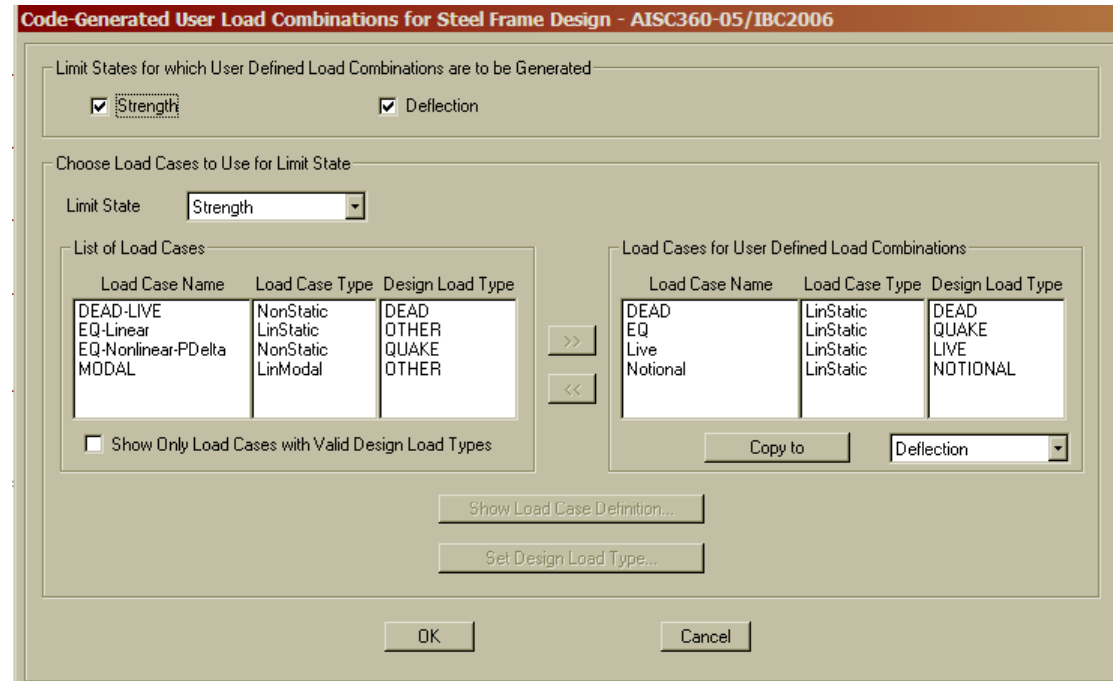
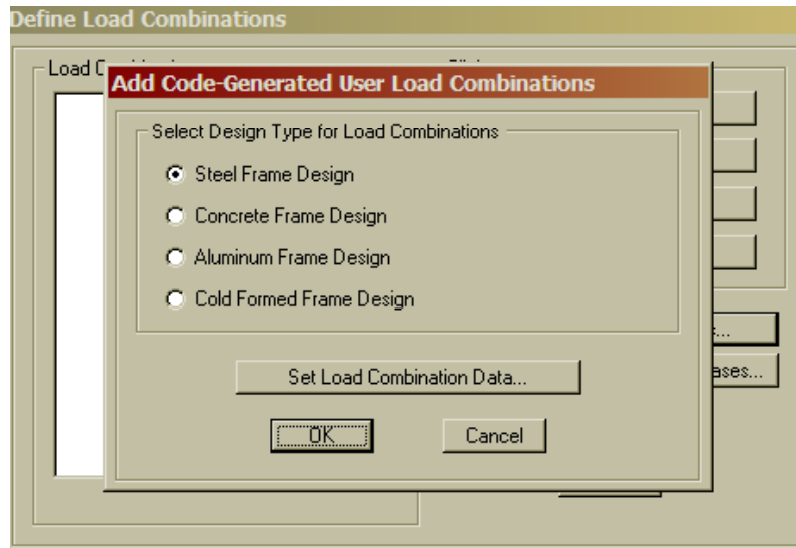
Delete Load Pattern

Show Load Pattern Notes...

OK

Cancel

Örnek – SAP2000 ile Fiktif Yatay Yüklerin Tanımı



Örnek – SAP2000 ile Fiktif Yatay Yüklerin Tanımı

Define Load Combinations

Load Combinations

- UDSTL1
- UDSTL2
- UDSTL3
- UDSTL4
- UDSTL5
- UDSTL6
- UDSTL7
- UDSTL8
- UDSTL9
- UDSTL10

Click to:

Add New Combo...

Add Copy of Combo...

Modify/Show Combo...

Delete Combo

Add Default Design Combos...

Convert Combos to Nonlinear Cases...

OK

Cancel

Load Combination Data

Load Combination Name (User-Generated) UDSTL1

Notes Modify/Show Notes...

Load Combination Type Linear Add

Options

Convert to User Load Combo Create Nonlinear Load Case from Load Combo

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Scale Factor
DEAD	Linear Static	1.4
DEAD	Linear Static	1.4
Notional	Linear Static	1.4

Add

Modify

Delete

OK

Cancel

Özet

Doğrudan Analiz Yöntemi

Seçenek	Değişken	Kısıtlamalar	Yöntemin Esasları
Genel İkinci Mertebe Analizi	Değişken Rijitlik Azaltma Katsayısı	Kısıtlama Yok	İkinci mertebe analizi için azaltılmış rijitlikler: $EI^*=0.8\tau_b EI$ $EA^*=0.8EI$ $\tau_b = \begin{cases} \frac{\alpha P_r}{P_y} \leq 0.5 \text{ için} & 1.0 \\ \frac{\alpha P_r}{P_y} > 0.5 \text{ için} & 4 \left(\frac{\alpha P_r}{P_y} \right) \left(1 - \frac{\alpha P_r}{P_y} \right) \end{cases}$ B_1 ve B_2 kullanılmıyor. $K=1.0$ $\Delta_{2nd}/\Delta_{1st} \leq 1.5 \rightarrow$ fiktif yatay yükler sadece düşey yüklü kombinasyonlarda kullanılacak, aksi halde tüm kombinasyonlarda kullanılacak Fiktif yük katsayısı = 0.002
	Sabit Rijitlik Azaltma Katsayısı	Kısıtlama Yok	İkinci mertebe analizi için azaltılmış rijitlikler: $EI^*=0.8\tau_b EI$ $EA^*=0.8EI$ $\tau_b=1.0$ B_1 ve B_2 kullanılmıyor. $K=1.0$ $\Delta_{2nd}/\Delta_{1st} \leq 1.5 \rightarrow$ fiktif yatay yükler sadece düşey yüklü kombinasyonlarda kullanılacak, aksi halde tüm kombinasyonlarda kullanılacak Fiktif yük katsayısı = 0.003

Özet

Doğrudan Analiz Yöntemi

Seçenek	Değişken	Kısıtlamalar	Yöntemin Esasları
Büyütülmüş Birinci Mertebe Analizi	Değişken Rijitlik Azaltma Katsayısı	Kısıtlama Yok	Birinci mertebe analizi için azaltılmış rijitlikler: $EI^*=0.8\tau_b EI$ $EA^*=0.8EI$ $\tau_b = \begin{cases} \frac{\alpha P_r}{P_y} \leq 0.5 \text{ için} & 1.0 \\ \frac{\alpha P_r}{P_y} > 0.5 \text{ için} & 4 \left(\frac{\alpha P_r}{P_y} \right) \left(1 - \frac{\alpha P_r}{P_y} \right) \end{cases}$ B_1 ve B_2 hesabında $K=1.0$ $\Delta_{2nd}/\Delta_{1st} \leq 1.5 \rightarrow$ fiktif yatay yükler sadece düşey yüklü kombinasyonlarda kullanılacak, aksi halde tüm kombinasyonlarda kullanılacak Fiktif yük katsayısı = 0.002
	Sabit Rijitlik Azaltma Katsayısı	Kısıtlama Yok	İkinci mertebe analizi için azaltılmış rijitlikler: $EI^*=0.8\tau_b EI$ $EA^*=0.8EI$ $\tau_b=1.0$ B_1 ve B_2 hesabında $K=1.0$ $\Delta_{2nd}/\Delta_{1st} \leq 1.5 \rightarrow$ fiktif yatay yükler sadece düşey yüklü kombinasyonlarda kullanılacak, aksi halde tüm kombinasyonlarda kullanılacak Fiktif yük katsayısı = 0.003

Özet

Etkin Boy Yöntemi		
Seçenek	KısıtlamalarDeğişken	Yöntemin Esasları
Genel İkinci Mertebe Analizi	$\Delta_{2nd}/\Delta_{1st} \leq 1.5$ (tüm katlarda)	İkinci mertebe analizi için azaltılmamış rijitlikler kullanılır. Fiktif yatay yükler sadece düşey yüklü kombinasyonlarda kullanılacak. $B_1 = 1.0$ $B_2 = 1.0$
Büyütülmüş Birinci Mertebe Analizi	$\Delta_{2nd}/\Delta_{1st} \leq 1.5$ (tüm katlarda)	Birinci mertebe analizi için azaltılmamış rijitlikler kullanılır. Fiktif yatay yükler sadece düşey yüklü kombinasyonlarda kullanılacak. B_1 ve B_2 hesaplanır. Hesaplarda uygun etkin boy katsayıları kullanılmalıdır.

Özet

Sınırlı Birinci Mertebe Analizi		
Seçenek	KısıtlamalarDeğişken	Yöntemin Esasları
Sınırlı Birinci Mertebe Analizi	$\Delta_{2nd}/\Delta_{1st} \leq 1.5$ (tüm katlarda) $\alpha P_r/P_y \leq 0.5$ (tüm kolonlar için)	Birinci mertebe analizi için azaltılmamış rijitlikler kullanılır. $K=1.0$ Tüm kombinasyonlarda (düşey ve yatay yük için) fiktif yatay yükler. Fiktif yük katsayısı : $2.1(\Delta/L) \geq 0.0042$

Özet

	Doğrudan Analiz Yöntemi	Etkin Boy Yöntemi	Birinci Mertebe Analizi Yöntemi
<i>ANSI/AISC 360-10'daki ilgili bölüm</i>	Section C	Appendix 7	Appendix 7
<i>Yöntemin uygulanabilirliği ile ilgili sınırlamalar</i>	Hayır	Evet	Evet
<i>Gereken yapısal analiz yöntemi</i>	İkinci mertebe/birinci mertebe	İkinci mertebe / birinci mertebe	Birinci mertebe
<i>Analizlerde kullanılması gereken eleman rijitlikleri</i>	Doğrusal olmayan davranışı gözönüne almak için azaltılmış EI ve EA	Nominal EI ve EA	Nominal EI ve EA
<i>Fiktif yatay yükler kullanılacak mı?</i>	Evet	Evet	Evet (ilave yatay yük olarak)
<i>Tasarımda kullanılacak etkin boy katsayısı, K</i>	K=1	$K \geq 1.0$	K=1

Kaynaklar:

- Akbas, B., İleri Çelik Yapılar Ders Notları, GYTE, 2013.
- AISC 360-10, Specification for Structural Steel Buildings, 2010.
- CSI, Steel Frame Design Manual, 2011.
- Shankar Nair, Stability Analysis and the 2005 AISC Specification, Modern Steel Construction, May 2007.